

Estudio de transferencia de calor

*Jossaranny Díaz
Samuel Ortiz
Candidatos a graduación*

Sinopsis

En este artículo presentamos un estudio de transferencia de calor usando el aparato de transferencia de calor TD1 de la Universidad Politécnica de Puerto Rico. En nuestra investigación calculamos los parámetros de transferencia de calor de un sistema. Entre estos parámetros evaluamos los coeficientes de transferencia de calor (h, U), el valor de calor (Q) en una sección escogida, el espesor crítico del aislante, los números de Nusselt, Stanton, Reynolds, Prandtl, el factor de fricción y otros.

Abstract

This paper presents a heat transfer study using the heat transfer device TD1 of the Polytechnic University of Puerto Rico. In our research we determine the following heat transfer parameters for a system: the heat transfer coefficients (h, U), the heat value (Q) of a specific section, the critical width of the insulation, the friction factor, the Nusselt, Stanton, Reynolds and Prandtl numbers.

Introducción

Para entender nuestro estudio es necesario familiarizarse con el equipo que usamos. La figura 1 muestra el aparato de transferencia de calor TD1, el cual tiene un motor eléctrico que hace girar un abanico que succiona el aire. El aire, que es el fluido que se analiza, pasa a través de una serie de tubos unidos entre sí formando una U hasta llegar al tubo de cobre que está cubierto por un aislante. Un transformador de carga variable controla el calor generado por la resistencia que calienta el tubo de cobre.

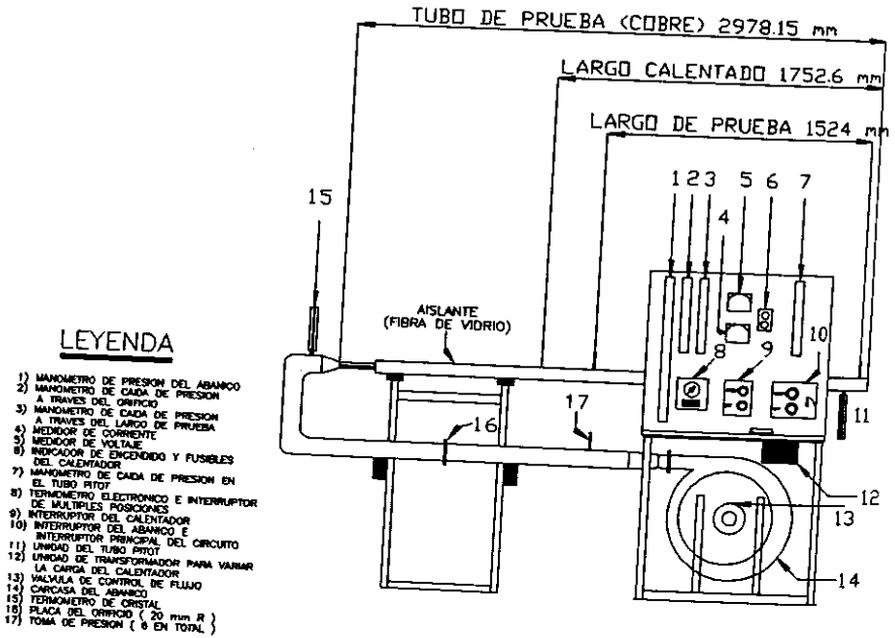


Figura 1. Diagrama de instrumentos

El aparato de transferencia de calor también cuenta con unos manómetros para medir la presión en diferentes puntos preseleccionados. Se usan dos termómetros para medir las temperaturas: uno de cristal a la entrada y uno digital que mide la temperatura de los 13 termopares colocados a lo largo del tubo de cobre.

Estudio de transferencia de calor

La configuración del sistema que usamos en el estudio es la siguiente:

1. Hay un tubo de cobre de prueba de largo L , por el que pasa un flujo de aire que entra a cierta velocidad y temperatura.
2. A lo largo del tubo de cobre hay 13 termopares para tomar las diferentes temperaturas en las secciones que se escojan.
3. La resistencia eléctrica que rodea el tubo de cobre provee energía en nuestro sistema.
4. Material aislante de fibra de vidrio cubre la resistencia y el tubo de cobre. El material lo sostiene una cinta de PVC.
5. La cubierta del material aislante está expuesta al ambiente del lugar.

La figura 2 presenta un diagrama esquemático de la distribución de calor a través del tubo de cobre. El calor añadido (Q_1) por la resistencia fluye hacia el aislante Q_2 y hacia el tubo Q_3 . Por este motivo y para propósitos de nuestro análisis, dividimos el sistema en dos partes: en la primera parte analizamos el calor que fluye hacia Q_2 y en la segunda parte el calor fluye hacia Q_3 .

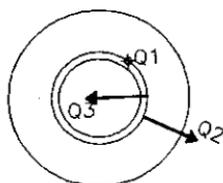


Figura 2. Esquemático de la distribución de calor a través del tubo de cobre

Díaz y Ortiz/Transferencia de calor

Los vectores que muestra la figura 2 se calculan de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} Q_1 &= V I \\ Q_2 &= \frac{2 \cdot \pi I \cdot L (T_1 - T_a)}{\frac{\ln(R_2/R_1)}{K_a} + \frac{1}{hc \cdot R}} \\ Q_3 &= Q_1 - Q_2 \end{aligned} \quad (1)$$

Los parámetros usados en la ecuación 1 representan lo siguiente:

I = corriente

V = voltaje

R = espesor del aislante

R1= radio exterior tubo de cobre

R2= radio exterior del aislante

T1= temperatura en la pared exterior del tubo de cobre

Ta= temperatura del ambiente

hc= coeficiente transferencia de calor

Ka= coeficiente conductividad térmica

L = largo total de prueba del tubo de cobre

I. Datos recopilados para el estudio

A continuación presentamos las especificaciones y dimensiones del equipo usado en el estudio.

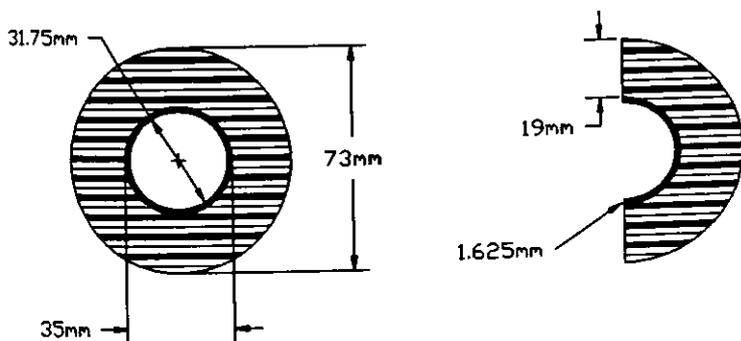
A. Especificaciones:

- Coeficiente de descarga Cd = 0.613
- Conductividad termal del cobre Kc = 380.6 W/m° C
- Conductividad termal de aislante Ka = 0.0415 W/m° C
- Los termopares son de cobre y "constantan"

B. Dimensiones:

- Diámetro del orificio de la placa = 20 mm
- Diámetro interno de tubo de cobre = 31.75 mm
- Diámetro externo del tubo de cobre = 35 mm
- Espesor del tubo de cobre = 1.625 mm
- Diámetro externo del aislante = 73 mm

- Espesor del aislante (fig. 3) = 19 mm
- Largo de prueba calentado del tubo de cobre = 1752.6 mm
- Largo de prueba entre las tomas 4 y 5 = 1524 mm
- Distancia a la que se encuentra el tubo pitot = 1479.55 mm



ESPECIFICACIONES

TUBO INTERNO MATERIAL - COBRE
 AISLACION MATERIAL - FIBRA DE VIDRIO
 LA CONDUCTIVIDAD TERMAL PARA
 COBRE $K_c = 380.6 \text{ W / mC}$
 LA CONDUCTIVIDAD TERMAL PARA EL
 AISLANTE $K_a = .0415 \text{ W / mC}$
 DIAMETRO INTERNO DEL TUBO DE
 COBRE $D_1 = 31.75 \text{ mm}$
 DIAMETRO EXTERNO DEL TUBO DE
 COBRE $D_2 = 35 \text{ mm}$

DIAMETRO EXTERNO DEL
 AISLANTE $D_3 = 73 \text{ mm}$
 EL ESPESOR DEL AISLANTE
 ES 19 mm
 EL ESPESOR DE LA PARED
 DEL TUBO DE COBRE
 ES 1.625 mm

Figura 3. Especificaciones del arreglo del tubo de cobre

La tabla 1 describe las posiciones de los termopares (de izquierda a derecha) desde el comienzo de la resistencia.

Tabla 1. Posiciones de los termopares

Termopares	Posición
1	298.5
2	704.9
3	1009.7
4	1187.5
5	1365.3
6	1530.4
7	16.82
8-9	0
10-11	952.5
12-13	1295.4

La posición en que se encuentran los termopares en el tubo se puede observar en la figura 4.

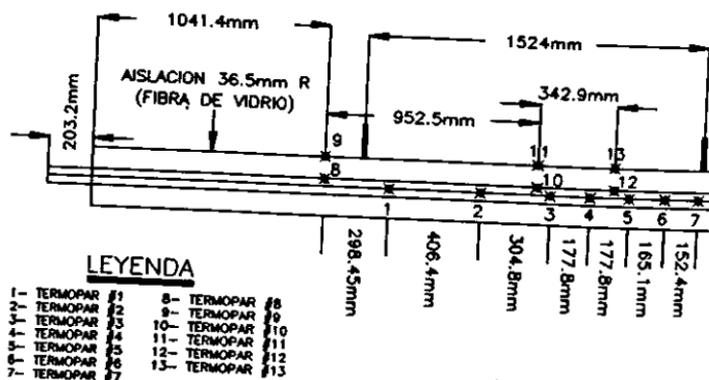


Figura 4. Diagrama de las posiciones de los 13 termopares

C. La tabla 2 presenta los datos obtenidos de una prueba y la tabla 3 muestra la temperatura de los 13 termopares.

Tabla 2. Datos obtenidos en la prueba realizada

Datos	Prueba 1
voltaje	220
corriente (amperios)	4.2
válvula de control de flujo	100%
presión barométrica (mmHg)	766
presión del abanico (mmH ₂ O)	64
caída de presión en el orificio (mmH ₂ O)	125
caída de presión en el largo de prueba (mmH ₂ O)	124
temperatura en la entrada (°C)	47
temperatura de ambiente (°C)	35
constante de gas KJ/Kg°K	0.2871
sección escogida (mm)	1276.35
temperatura de la sección escogida (°C)	94.995

Tabla 3. Temperatura de los 13 termopares

Termo-par #	Temperatura (°C)
1	72.22
2	83.33
3	84.44
4	92.22
5	97.77
6	100.00
7	95.00
8	120.55
9	62.22
10	125.55
11	62.22
12	141.11
13	72.22

II. Cálculo de los parámetros de transferencia de calor

A. Flujo másico (W)

La razón de flujo másico (W) se define como la cantidad de masa que fluye a través de una sección transversal por unidad de tiempo. Para un fluido que pasa a través de la sección con densidad constante el flujo másico es el siguiente:

$$W = \rho \dot{Q} \quad (2)$$

donde ρ es la densidad del fluido y Q es la razón de flujo o descarga. La descarga es el volumen de un fluido que pasa a través de una sección transversal por unidad de tiempo y se expresa de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$\dot{Q} = A \cdot \bar{V} \quad (3)$$

En la ecuación 3, A es el área de la sección transversal por donde pasa el fluido y V es la velocidad media del flujo a través de esta sección. Se considera la velocidad media debido a que hay variaciones en la velocidad del flujo en la sección transversal.

En nuestro caso el flujo másico es el siguiente:

$$W = \rho \dot{Q} = \rho \cdot A_{orif} \cdot Cd \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \quad (\text{kg/s}) \quad (4)$$

donde,

ρ = densidad del aire (kg/m^3)

A_{orif} = área del orificio (m^2)

Cd = coeficiente de descarga (0.613)

ΔP = caída en presión a través del orificio ($\text{mm H}_2\text{O}$)

La presión del aire se define de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} P_{aire} &= (P_{atm} + P_{vac}) \\ &= \frac{[(766 \text{ mmHg}) \cdot 13.56 + 64 \text{ mm H}_2\text{O}]}{10^3} \cdot 9.81 \text{ N/m}^2 \\ &= 102.52 \text{ KN/m}^2 \end{aligned} \quad (5)$$

La ecuación 6 describe la densidad del aire:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{aire}} &= \frac{P_{\text{aire}}}{R T_c} \\ &= \frac{102.52 \text{ KN/m}^2}{[0.2871 \text{ KJ/kgK} * (47 + 273.15)]} \\ &= 1.115 \text{ kg/m}^3 \end{aligned} \quad (6)$$

R = constante del gas = 0.2871 KJ/kgK

T_c = temperatura de entrada en escala absoluta.

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} W &= 1.115 \text{ kg/m}^3 * \frac{\pi (20)^2}{10^6} (\text{m}^2) * 0.613 \sqrt{\frac{2(125 \text{ mmHg}) * 9.81 \text{ N/m}^2}{1.115 \text{ kg/m}^3}} \\ &= 0.040289 \text{ kg/s} \end{aligned} \quad (7)$$

B. Cómputo del calor añadido (Q1)

El cómputo del calor que añade la resistencia eléctrica ("heating tape") lo da la ecuación 8:

$$QI = \frac{(V * I)}{10^3} \quad (8)$$

donde

V = voltaje (v)

I = amperaje (a).

En nuestro caso el valor de Q1 es el siguiente:

$$QI = \frac{(220 * 4.2)}{10^3} = 0.924 \text{ KW} \quad (9)$$

C. Cómputo del calor aislante a través del aislante (Q2)

Para calcular el calor disipado por el aislante (Q2) usamos la ecuación 10 que se basa en el análisis de la figura 5:

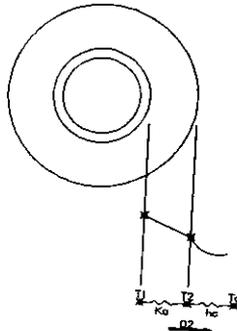


Figura 5. Arreglo de resistencias calor disipado por el aislante

$$Q2 = \frac{2\pi L(T1 - Ta)}{\frac{\ln(R2/R1)}{ka} + \frac{1}{h_{c2}R}} \quad (10)$$

Donde,

- L = largo de prueba calentado del tubo de cobre (m)
- T1 = temperatura de la superficie interna del aislante (termopares 8,10,12) (°C)
- Ta = temperatura ambiente (°C)
- R1 = radio externo del tubo de cobre (mm)
- R2 = radio externo del aislante (mm)
- R = espesor del aislante (m)
- h_{c2} = coeficiente de transferencia de calor entre el aislante y el aire (W/m²K)
- ka = la conductividad termal del aislante (W/mK)

Para calcular el calor aislante necesitamos calcular el coeficiente de transferencia de calor del aislante al ambiente. Usando la analogía de Nusselt obtenemos la siguiente expresión:

$$Nu = \frac{h_{c2}D}{K_f} = \left[0.60 + \frac{0.387Ra_D^{(1/4)}}{[1 + (0.559/Pr)^{(1/4)}]^{(1/4)}} \right]^2 \quad (11)$$

en la cual,

- D = el espesor del aislante (m)
- k_f = la conductividad termal de aire (W/mK)
- Pr = número Prandtl (adimensional)
- Ra_D = número de Rayleigh (adimensional) que se calcula de acuerdo a la ecuación 12

$$Ra_D = \frac{g \beta (T_{wa} - T_a) D^3}{\nu \alpha} \quad (12)$$

donde,

- g = la aceleración de la gravedad (m/s^2)
- ν = la viscosidad cinemática (m^2/s)
- α = la difusividad termal (m^2/s)
- D = espesor del aislante (m)
- T_{wa} = temperatura media del aislante ($^{\circ}C$)
- T_a = temperatura de ambiente ($^{\circ}C$)
- $\beta = 1 / T_a$

A continuación el cálculo de los parámetros para computar Q2

$$T_{wa} = \frac{(T_9 + T_{I1} + T_{I3})}{3} = \frac{(62.22 + 62.22 + 72.22)}{3} \quad (13)$$

$$T_{wa} = 65.55^{\circ}C$$

$$\bar{T}_I = \frac{(T_w + T_{\infty})}{2} = \frac{(65.5 + 35)}{2} \quad (14)$$

$$\bar{T}_I = 50.27^{\circ}C = 323.42^{\circ}K$$

Para una temperatura $T_1 = 323.42 K$

- $\nu = 1.8006015 \times 10^{-5} m^2/s$
- $k_f = .02801574 W/mK$
- $\alpha = 2.575366 \times 10^{-5} m^2/s$
- Pr = .7028461

Díaz y Ortiz/Transferencia de calor

El valor de β es:

$$\beta = \frac{1}{Ta} = \frac{1}{(35+273.15)} = 0.00324K^{-1} \quad (15)$$

El número de Rayleigh para este caso es:

$$Ra_D = \frac{(9.81m/s^2)(0.00324K^{-1})(65.55-35)K(0.019)^3}{(1.806015 \times 10^{-5} m^2/s)(2.575366 \times 10^{-5} m^2/s)} = 1.4319 \times 10^4 \quad (16)$$

El coeficiente de transferencia de calor entre el aislante y el aire es:

$$hc_2 = \frac{0.02801574 W/mK}{0.019 m} \left[0.60 + \frac{0.387(1.4319 \times 10^4)^{0.16}}{[1 + (0.559/0.7028461)^{9/16}]^{1/4}} \right]^2 = 6.407467 W/m^2K \quad (18)$$

La temperatura de la superficie interna del aislante es:

$$T1 = \frac{(T8+T10)(952.5/2) + (T10+T12)(342.9/2)}{1295.4} = \frac{(120.55+125.55)(952.5/2) + (125.55+141.11)(342.9/2)}{1295.4} = 125.77 \text{ } ^\circ C \quad (19)$$

Por lo tanto, el calor a través del aislante es:

$$Q_2 = \frac{2\pi(1.7526 m)(125.77-35)^\circ C}{\frac{\ln(36.5/17.5)}{0.0415 W/mK} + \frac{1}{6.407467 W/m^2K(0.019 m)}} = 0.03855KW \quad (19)$$

D. Cómputo del coeficiente de transferencia de calor basado sobre una unidad de longitud del tubo ("U OVERALL")

El coeficiente de transferencia de calor basado sobre una unidad de longitud del tubo se calcula con la siguiente ecuación :

$$Q = UA\Delta T = \frac{2\pi L(T1-Ta)}{\ln \frac{(R2/R1)}{k} + \frac{1}{Rh_{c2}}} \quad (20)$$

Despejando para U tenemos,

$$U_2 = \frac{1}{\ln \frac{(R2/R1)}{ka} + \frac{1}{Rh_{c2}}} \quad (21)$$

donde,

h_{c2} = coeficiente de transferencia de calor del aislante y el ambiente (W/m²K)

ka = conductividad termal del aislante (W/mK)

- R = espesor del aislante (m)
- R2 = radio exterior del aislante (mm)
- R1 = radio exterior de tubo de cobre (mm)

Al sustituir los valores de estos parámetros en la ecuación 21 tenemos:

$$U_2 = \frac{1}{\frac{0.019 \text{ m} (\ln (36.5/17.5))}{0.0415 \text{ W/mK}} + \frac{1}{6.407467 \text{ W/m}^2\text{K}}} \quad (22)$$

$$U_2 = 2.02299 \text{ W/m}^2\text{K}$$

E. Cómputo del calor disipado a través del tubo de cobre(Q3)

El calor disipado a través del tubo de cobre se obtiene mediante un balance de energía:

$$Q3 = Q1 - Q2 \quad (23)$$

donde,

- Q1 = el calor añadido por la resistencia (KW)
- Q2 = el calor disipado a través del aislante (KW)

Este balance de energía es posible porque en la parte interna del tubo de cobre no hay fuentes de energía adicionales. La figura 6 presenta un diagrama esquemático para este caso.

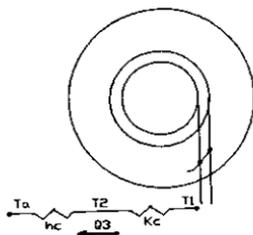


Figura 6. Arreglo resistencias calor disipado a través del tubo de cobre

Díaz y Ortiz/Transferencia de calor

De esta forma, el calor disipado a través del tubo de cobre es:

$$Q_3 = 0.924 \text{ KW} - 0.03855 \text{ KW} = 0.8854 \text{ KW} \quad (24)$$

F. Cómputo del calor total añadido en la sección escogida (Q_t)

El calor total que se añade en la sección escogida (Q_t) se obtiene multiplicando el calor añadido por conducción (Q_3) por la razón entre la distancia para la sección escogida (b) y el largo de prueba calentado del tubo de cobre (L). La ecuación matemática es la siguiente :

$$Q_t = Q_3 (b/L) \quad (25)$$

y el valor de Q_t es:

$$Q_t = 0.8854 \cdot (1276.35/1752.6) = 0.6448 \text{ KW} \quad (26)$$

G. Cómputo de la temperatura media del aire dentro del tubo de cobre

Para calcular la temperatura media del aire dentro del tubo de cobre se usa la siguiente expresión:

$$T_b = T_e + Q_t/W \cdot C_p \quad (27)$$

en la que los parámetros son los siguientes:

T_b = temperatura media del aire dentro del tubo de cobre ($^{\circ}\text{C}$)

T_e = temperatura de entrada del aire ($^{\circ}\text{C}$)

Q_t = calor en la sección escogida (KJ/s)

W = flujo másico (kg/s)

C_p = calor específico del aire a la temperatura de entrada (KJ/kgK)

Para este caso la temperatura media del aire dentro del tubo de cobre es:

$$T_b = 47^{\circ}\text{C} + 0.6448 \text{ KJ/s} / (0.0402898 \text{ kg/s} \cdot 1.00703 \text{ KJ/kgK}) = 62.8923^{\circ}\text{C} \quad (28)$$

Este valor indica que hubo un aumento de temperatura T_r según se indica a continuación:

$$T_r = 62.8923 - 47 = 15.8922 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (29)$$

H. Cómputo del calor por unidad de área ("heat flux") (HF)

El calor por unidad de área ("heat flux") es el calor que se añade al área interna del tubo de cobre por conducción, ya que no hay fuentes internas de energía. La ecuación que describe este caso es la siguiente:

$$HF = Q_3 / (2 \pi R_i L) \quad (30)$$

en la cual,

Q_3 = calor añadido por conducción (KW)

R_i = radio interno del tubo (m)

L = largo de prueba calentado del tubo de cobre (m)

y el valor de HF es:

$$HF = 0.8854 \text{ KW} / (2\pi \cdot 0.015875 \text{ m} \cdot 1.7526 \text{ m}) = 5.065 \text{ KW/m}^2 \quad (31)$$

I. Cómputo del coeficiente de transferencia de calor entre el tubo de cobre y el aire

El coeficiente de transferencia de calor en convección forzada se obtiene de la siguiente expresión:

$$Q = h A \Delta T \quad (32)$$

Al dividir el calor por el área obtenemos:

$$Q/A = h \Delta T \quad (33)$$

donde Q/A es el calor por unidad de área (HF), calculado en la ecuación 31 y la diferencia en temperatura se define en la ecuación 34.

$$\Delta T = T_{wc} - T_b \quad (34)$$

Los parámetros de la ecuación 34 representan lo siguiente:

T_{wc} = la temperatura de la pared externa del tubo de cobre en la sección escogida. ($^{\circ}C$)

T_b = la temperatura promedio del aire dentro del tubo ($^{\circ}C$)

Para nuestro caso la temperatura es $T_{wc} = 94.995^{\circ}C$. Por consiguiente,

$$h_{c1} = HF / \Delta T \quad (35)$$

$$h_{c1} = 5.065 \text{ KW/m}^2 / (94.995 - 62.8923)^{\circ}C = 0.15577 \text{ KW/m}^2K \quad (36)$$

J. Cómputo del coeficiente de transferencia de calor basado en la unidad de longitud del tubo

Para computar el coeficiente de calor basado en una unidad de longitud de largo ("U overall") se usa la ecuación que sigue:

$$U_1 = \frac{1}{\frac{1}{h_{c1}} + \frac{R1_i \ln(R2/R1_i)}{k_c}} \quad (37)$$

en la que:

h_{c1} = el coeficiente de transferencia de calor del tubo de cobre al aire (KW/m^2K)

$R1_i$ = radio interno del tubo de cobre (mm)

$R2_i$ = radio externo del tubo de cobre (mm)

K_c = la conductividad termal del cobre (KW/mK)

Al sustituir los valores correspondientes:

$$U_1 = \frac{1}{\frac{1}{0.1577 \text{ KW/m}^2K} + \frac{0.015875 \ln(17.5/15.875)}{380.6(10^{-3})KW/mK}} = 0.15767 \text{ KW/m}^2K \quad (38)$$

K. Cómputo del espesor crítico del aislante

Un factor importante en el estudio de transferencia de calor es el espesor de la aislación que se usa. Es importante saber el espesor exacto del

aislante para estar seguros que no habrá mayores pérdidas de calor en nuestro sistema.

El espesor crítico del aislante esta dado por la siguiente expresión:

$$E_c = k_a / h_{c2} \quad (39)$$

donde,

k_a = la conductividad termal del aislante (W/mK)

h_{c2} = el coeficiente de transferencia de calor entre el aislante y el aire (W/m²K)

De esta forma,

$$E_c = 0.0415 \text{ W/mK} / 6.407467 \text{ W/m}^2\text{K} = 6.47 \text{ mm} \quad (40)$$

Podemos notar que el espesor crítico del aislante es menor que el espesor actual de 19 mm. Por lo tanto, el añadir más aislante disminuye la transferencia de calor.

L. Cómputo de los valores experimentales de Nusselt, Stanton y el factor de fricción

Los números de Nusselt (Nu), Stanton (St) y el factor de fricción (f) son números adimensionales. La relación entre los componentes de los grupos adimensionales no es función de las unidades de medición que se usan.

Bajo una condición donde $\forall = \alpha$ (o aproximadamente iguales, ya que ambos términos generales son mucho menores que ϵ) tenemos :

$$q \, dU = -C_p \, \Delta T \, dT \quad (41)$$

donde,

q = calor por unidad de área (KW/m²)

dU = diferencial de velocidad (m/s)

C_p = calor específico (KJ/kgK)

T = esfuerzo cortante (N/m²)

dT = diferencial de temperatura (°C)

La relación entre la velocidad de la corriente libre U , la velocidad cero en la superficie y la diferencia de temperatura ΔT entre la corriente libre y la superficie produce:

$$q = \frac{C_p \Delta T}{U} T_o \quad (42)$$

donde,

- T_o = esfuerzo cortante en la pared (N/m^2)
- U = velocidad de la corriente libre (m/s)
- C_p = calor específico (KJ/kgK)
- ΔT = diferencia en temperatura entre la corriente y la superficie ($^{\circ}C$)

La ecuación 42 muestra esencialmente una relación entre el flujo de calor y el esfuerzo cortante en la pared cuando la velocidad del fluido (V) es igual a la difusividad térmica (α). Reynolds originó este concepto en 1874 y se llama la analogía de Reynolds¹ (Holman, 1990).

La figura 7 muestra una visualización de la analogía de Reynolds, en la cual, por acción de los remolinos que surgen de la turbulencia, se transfiere desde la pared una bolsa hipotética de fluido dentro de la corriente libre.

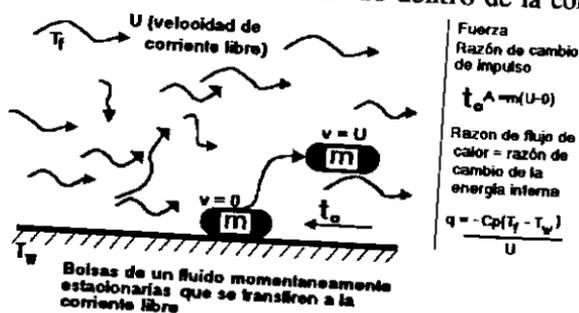


Figura 7. Esquemático de la visualización de la analogía de Reynolds

¹ Holman, J.P., 1990, *Heat Transfer*, McGraw Hill, Inc., New York.

Las partículas identificadas con la letra *m* en la figura 7 son bolsas de fluido momentáneamente estacionarias que se transfieren a la corriente libre.

En la mecánica de los fluidos, el esfuerzo cortante (T_o) se expresa en términos de la velocidad del fluido como:

$$\tau_o = \frac{f}{2} \rho U^2 \quad (43)$$

donde,

f = coeficiente de fricción (adimensional)

ρ = densidad (kg/m^3)

U = velocidad (m/s)

El coeficiente de fricción es una medida de la resistencia al flujo y relaciona efectivamente la caída de presión con la velocidad.

El número de Prandtl (Pr), en honor de Ludwig Prandtl, es un grupo adimensional que expresa la relación de ν/α .

Otro grupo adimensional importante es el número de Reynolds (Re)², que se define de la siguiente forma:

$$Re = \frac{\rho U d}{\mu} \quad (44)$$

donde,

ρ = densidad (kg/m^3)

U = velocidad (m/s)

d = diámetro del tubo (m)

μ = viscosidad dinámica (kg/ms)

El número de Reynolds relaciona el impulso y las fuerzas viscosas y provee una indicación del tipo de flujo a esperarse: turbulento o laminar. El número crítico de Reynolds (Re_{crit}) para los tubos se adopta generalmente con un

² Holman, J. P., 1990, *Heat Transfer*, McGraw Hill, Inc., New York.

valor 2,300.³ Si el número de Reynolds es mayor que el valor del número crítico se dice que el flujo es turbulento, de lo contrario el flujo es laminar.

El número de Nusselt (Nu)⁴ es otro grupo adimensional que relaciona la razón de flujo de calor convectivo y conductivo en el fluido. De esta forma, la analogía de Reynolds se puede expresar como sigue:

$$Nu = \frac{f}{2} Re Pr \quad (45)$$

Las relaciones prácticas para el número de Nusselt por lo general se expresan en términos del número de Reynolds y otros grupos adimensionales. La expresión que se usa comúnmente en la transferencia de calor de un flujo turbulento en un tubo es la ecuación de Dittus Boelter³:

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} \quad (46)$$

Esta ecuación se puede usar para flujo de aire y agua, pero no para los metales líquidos o el aceite viscoso. Para flujos en los cuales se enfría el fluido el exponente del número de Prandtl (Pr) se reduce a 0.3 .

El número de Nusselt relaciona el coeficiente de transferencia de calor, la conductividad termal y el diámetro del tubo. La expresión es la siguiente:

$$Nu = \frac{h_e l}{k} D \quad (47)$$

La conductividad termal del aire a una temperatura $T_b = 62.8923^\circ C$ es:

$$k = 2.8972 \times 10^{-2} W/mK \quad (48)$$

De esta forma:

³ Holman, J. P., 1990, *Heat Transfer*, Mcgraw Hill, Inc., New York

⁴ Janna, William S., 1986, *Engineering Heat Transfer*, PWS Publisher, Boston, Massachusetts.

$$No_{emp} = [0.1577 \text{ KW/m}^2\text{K} / (2.8972 \cdot 10^{-2} \text{ W/mk/10}^3)] \cdot (15.875/10^3) = 172.82 \quad (49)$$

Para computar el número de Stanton usamos la siguiente ecuación:

$$St = \frac{h_{cl}}{\rho v C_p} \quad (50)$$

donde,

C_p = calor específico a la temperatura T_b (KJ/kgK) * ρv

Entonces:

$$\rho v = W / A \quad (51)$$

y los parámetros de la ecuación son:

W = flujo másico (kg/s)

A = área interna del tubo

El valor de ρv es:

$$\rho v = \frac{0.0402898 \text{ kg/s}}{[(\pi/4) \cdot 31.75^2 / 10^6]} = 50.88 \text{ kg/m}^2\text{s} \quad (52)$$

por lo tanto,

$$St_{emp} = \frac{0.1577 \text{ KW/m}^2\text{K}}{50.88 \text{ kg/m}^2\text{s} \cdot 1.008079 \text{ KJ/kgK}} = 0.003074 \quad (53)$$

Antes de computar el factor de fricción tenemos que realizar algunos cálculos que se requieran.

La caída en presión entre las tomas de presión 4 y 5

$$\Delta P_{4-5} = \frac{(124 \text{ mmH}_2\text{O}) 9.81 \text{ N/m}^2}{10^3} = 1.21644 \text{ KN/m}^2 \quad (54)$$

El aumento en temperatura entre las tomas de presión 4 y 5 es

$$Tr1 = T_b - T_e = Tr \cdot (1524/1276.35) \quad (55)$$

donde,

T_b = temperatura media del aire (°C)

T_e = temperatura de entrada del aire (°C)

Tr = aumento en la temperatura del aire dentro del tubo (°C)

$$Tr1 = 15.8922 \cdot (158.75/1276.35) = 18.97 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (56)$$

La temperatura media es

$$\bar{T} = T_e + Tr \cdot (158.75/b) + Tr1/2 \quad (57)$$

donde,

b = largo de la sección escogida (mm)

$$\bar{T} = 47^\circ\text{C} + 15.8922 \cdot (158.75/1276.35)^\circ\text{C} + 18.97^\circ\text{C}/2 = 58.46 \text{ } ^\circ\text{C} = 331.61 \text{ K} \quad (58)$$

La presión media entre las tomas 4 y 5 es

$$\bar{P} = Patm + (\Delta P_{4-5} / 2) \quad (59)$$

donde,

Patm = presión atmosférica (mm Hg)

$$\bar{P} = \frac{[(766 \text{ mmHg} \cdot 13.56) + (124 \text{ mmHg}_2/2)]}{10^3} \cdot 9.81 \text{ N/m}^2 = 102.50 \text{ KN/m}^2 \quad (60)$$

La densidad media del aire es

$$\bar{\rho} = \bar{P}/R \cdot \bar{T} = 102.50 \text{ KN/m}^2 / (0.2871 \text{ KJ/kgK} \cdot 331.61 \text{ K}) = 1.0766 \text{ kg/m}^3 \quad (61)$$

Por lo tanto el factor de fricción (f) sin considerar la aceleración es:

$$f_m = \frac{[\Delta P_{4-5} \rho d]}{[2 L \rho v]} \quad (62)$$

donde,

d = diámetro interno del tubo (m)

L = largo de prueba calentado del tubo (m)

$$f_m = \frac{[(1.2164 \text{ KN/m}^2)(1.0766 \text{ kg/m}^3)(0.03175)(10^3)]}{2[(1.7526)(50.88 \text{ kg/m}^3 \cdot \text{s})]} = 4.5824 (10^{-3}) \quad (63)$$

Para el factor de fricción con aceleración tenemos:

$$f_a = [\Delta P_{e-s} \bar{\rho} (\bar{\rho} v)^2 - (Tr I / \bar{T}) - \ln(1 + (\Delta P_{e-s} / \bar{P})) \cdot (2d/4L)] \quad (64)$$

y los términos de la ecuación son:

$$\begin{aligned} Tr I / \bar{T} &= (18.97/333.61) = 0.057205 \\ \ln(1 + (\Delta P_{e-s} / \bar{P})) &= \ln(1 + (1.2164/102.5)) = 0.01179 \\ f_a &= 4.5491 \cdot 10^{-3} \end{aligned} \quad (65)$$

M. Cómputo de los valores teóricos de NU, ST y f

Los valores teóricos de NU, ST y f se calculan mediante fórmulas empíricas. Para este cómputo necesitamos buscar las siguientes propiedades del tubo de cobre a la temperatura media $T_b = 62.89^\circ \text{C}$.

$$\begin{aligned} \rho &= 1.047965 \text{ kg/m}^3 \text{ (densidad)} \\ C_p &= 1.008079 \text{ KJ/kgK (calor específico)} \\ \nu &= 1.934199 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s (viscosidad cinemática)} \\ Pr &= .7000705 \text{ (número Prandtl)} \end{aligned}$$

Para el cómputo del número de Nusselt tenemos:

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} \quad (66)$$

donde,

$$Re = ((\rho v) \cdot d / \nu) \quad (67)$$

$$Re = \frac{(50.88 \text{ kg/m}^2 \text{ s})(0.03175 \text{ m})}{(1.047965 \text{ kg/m}^3)(1.934199 \cdot 10^{-5})} = 79,709.96 \quad (68)$$

por lo tanto el flujo es turbulento.

$$Nu = (0.023)(79,709.96)^{0.8} (0.7000705)^{0.4} = 166.3392 \quad (69)$$

Para el cómputo de Stanton tenemos:

$$St = Nu / Re Pr \quad (70)$$

Para el cómputo del factor de fricción utilizamos la analogía de Reynolds:

$$St = (166.3392) / (79,709.96)(0.7000705) = 2.980851 \cdot 10^{-3} \quad (71)$$

$$f = 0.079 (Re)^{-0.25} \quad (72)$$

$$f = 0.079(79,709.96)^{-0.25} = 4.813437 \cdot 10^{-3} \quad (73)$$

Para calcular el número de Stanton según la analogía de Reynolds con el factor de fricción experimental tenemos :

$$St = f / 2 \quad (74)$$

$$St = (4.54918 \cdot 10^{-3}) / 2 = 2.274592 \cdot 10^{-3} \quad (75)$$

III. Resultados

Los resultados obtenidos para la prueba realizada como ejemplo de cómputo se resumen en las figuras 8, 9 y 10 y la tabla 4. Las gráficas permiten observar el comportamiento de las temperaturas a lo largo del tubo de prueba de cobre (fig. 8), la variación del calor total añadido en diferentes secciones (fig. 9) y la curva de la diferencia en temperatura a través del aislante (fig. 10). La tabla 4 presenta los resultados de la prueba para los cómputos realizados.

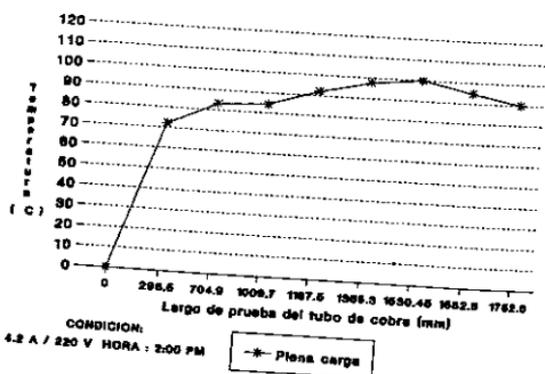


Figura 8. Perfil temperatura a lo largo del tubo cobre

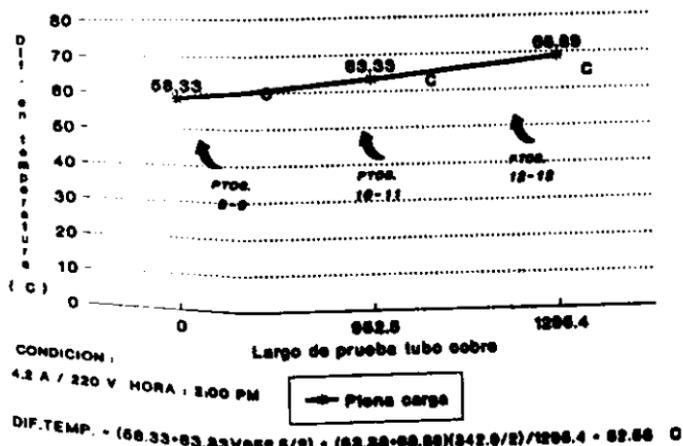


Figura 10. Diferencia en temperatura a través del aislador

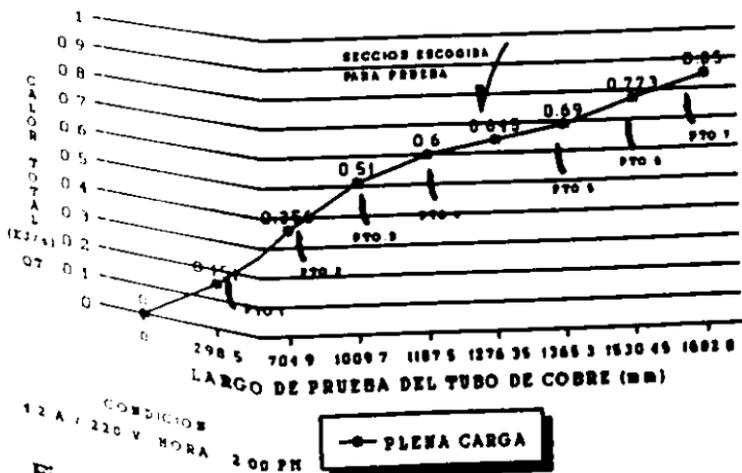


Figura 10. Perfil de temperatura según lecturas termopares

Díaz y Ortiz/**Transferencia de calor**

Tabla 4. Resultados de la prueba a 4.2 A / 220 V

Condición	Prueba 1 100%
220 voltios 4.2 amp.	
Flujo másico	0.04028 KG/s
Q1	0.924 KW
Q2	0.03855 KW
Q3	0.8854 KW
QT	0.6448 KW
HF	5.065 KW/m ²
Tb	62.89 °C
Tr	15.89 °C
hc1	0.1577 KW/m ² K
hc2	6.4074 W/m ² K
U1	2.0299 W/m ² K
U2	0.1576 W/m ² K
Nu teo	166.3392
Nu exp	172.9103
St teo	2.9808E-03
St exp	3.0757E-03
f sin	4.5810E-03
f con	4.5491E-03
f teórico	4.8534E-03
Re	79709.96
St	2.2745E-03

Conclusiones

Este estudio de transferencia de calor en el aparato de transferencia de calor TD1 nos brindó la oportunidad de adquirir más conocimientos acerca de la transferencia de calor y su aplicación en casos especiales como el que presenta nuestro estudio.

El análisis realizado en la transferencia de calor es correcto y se puede corroborar con los resultados obtenidos en el cómputo de la distribución de calor (Q1,Q2,Q3,QT), el coeficiente de transferencia de calor (h) y el

coeficiente de calor basado en una unidad de longitud del tubo(U). Los valores de estos parámetros son aceptables de acuerdo a las leyes de termodinámica y transferencia de calor.

Hemos visto la aplicación de grupos de números adimensionales utilizados en el estudio de transferencia de calor y mecánica de los fluidos como el número de Nusselt (Nu), Stanton (St), Reynolds (Re), Prandtl (Pr), Rayleigh (Ra). La relación entre estos grupos adimensionales y la analogía de Reynolds y Nusselt nos proporciona el medio para realizar los cálculos necesarios para nuestro análisis y comparar los valores experimentales con los valores calculados teóricamente. En nuestra prueba el porcentaje de error entre los valores experimentales y los valores teóricos tiene un valor medio del 3%, lo cual es aceptable.