

# Programa para análisis de flujo de potencia para la calculadora HP-28S

Angel Sánchez del Río, BSEE, MSNE, PE

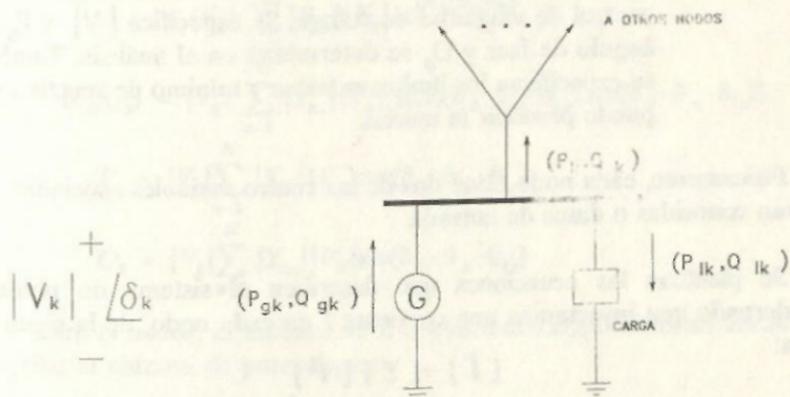
Profesor Asociado

Director Departamento Ingeniería Eléctrica

## El problema de flujo de potencia

El análisis de flujo de potencia de un sistema eléctrico consiste en el cálculo de la magnitud del voltaje y el ángulo de fase en cada nodo del sistema bajo las condiciones existentes o contempladas en la operación normal del sistema. Este tipo de análisis es esencial para la planificación de un sistema eléctrico. Del análisis se obtiene información de las pérdidas del sistema, datos para especificaciones de equipo, capacidad y limitaciones del sistema, ajustes de los transformadores y la optimización del uso del sistema.

Cada nodo del sistema puede considerarse de la forma indicada a continuación:



Asociadas a cada nodo hay cuatro variables: la magnitud del voltaje del nodo  $|V_k|$ , el ángulo de fase con respecto a la referencia  $\delta_k$ , la potencia real  $P_k$  y la potencia reactiva  $Q_k$  inyectada en el nodo. Esta potencia neta se determina como:

$$(P_k, Q_k) = (P_{gk}, Q_{gk}) - (P_{lk}, Q_{lk})$$

$$(P_k, Q_k) = (P_{gk} - P_{lk}, Q_{gk} - Q_{lk})$$

lo que la separa en términos de la potencia generada y la potencia de carga.

Cada nodo puede clasificarse en uno de tres tipos:

- nodo de oscilación (swing or slack bus)** - Cuando se define la potencia generada en el sistema para la condición de carga a estudiarse no se saben de antemano las pérdidas del sistema. Ello requiere que una unidad del sistema pueda variar la potencia generada, tanto real como reactiva, para compensar por las pérdidas. El nodo al cual se conecta esa unidad se denomina el nodo de oscilación. Para el nodo de oscilación se especifica el fasor de voltaje, usualmente definido como  $1.0 \angle 0^\circ$  pu. En el análisis de flujo de potencia se determinará la potencia inyectada (P,Q).
- nodo de carga** - Puntos del sistema donde se especifica la potencia de carga ( $P_L, Q_L$ ). La magnitud del voltaje y el ángulo de fase son desconocidas y van a determinarse en el análisis.
- nodos de control** - Terminales de unidades que tienen control de magnitud de voltaje. Se especifica  $|V|$  y  $P_g$ . El ángulo de fase y  $Q_g$  se determinan en el análisis. También se especifican los límites máximo y mínimo de reactivo que puede producir la unidad.

Físicamente, cada nodo tiene dos de las cuatro variables asociadas con él como conocidas o datos de entrada.

Se plantean las ecuaciones que describen el sistema de potencia considerando que inyectamos una corriente  $I$  en cada nodo, de la siguiente forma:

$$[\vec{I}] = [Y][\vec{V}]$$

donde:

$[\vec{I}]$  = Vector de fasores de corrientes inyectadas en cada nodo.

$[Y]$  = Matriz de admitancia del sistema.

$[\vec{V}]$  = Vector de fasores de voltajes de nodos.

La ecuación para el nodo k es:

$$I_k = Y_{k1}V_1 + Y_{k2}V_2 + \dots + Y_{kk}V_k + \dots + Y_{kN}V_N$$

$$I_k = \sum_{n=1}^N Y_{kn}V_n$$

La potencia compleja inyectada en el nodo K es:

$$(P_k, Q_k) = V_k I_k^*$$

$$(P_k, Q_k) = V_k \left[ \sum_{n=1}^N Y_{kn} V_n \right]^*$$

$$(P_k, Q_k) = V_k \sum_{n=1}^N Y_{kn}^* V_n^*$$

$$\text{sea } Y_{kn} = |Y_{kn}| e^{j\theta_{kn}}$$

$$V_n = |V_n| e^{j\delta_n}$$

$$(P_k, Q_k) = |V_k| e^{j\delta_k} \sum_{n=1}^N |Y_{kn}| e^{-j\theta_{kn}} |V_n| e^{-j\delta_n}$$

$$= |V_k| \sum_{n=1}^N |Y_{kn}| |V_n| e^{j(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})}$$

$$(P_k, Q_k) = |V_k| \sum_{n=1}^N |Y_{kn}| |V_n| [\cos(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn}), \sin(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})]$$

$$P_k = |V_k| \sum_{n=1}^N |Y_{kn}| |V_n| \cos(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})$$

$$Q_k = |V_k| \sum_{n=1}^N |Y_{kn}| |V_n| \sin(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})$$

Para N nodos, el sistema de 2N ecuaciones algebraicas no lineales que describe el sistema de potencia es:

$$P_1 = |V_1| \sum_{n=1}^N |Y_{1n}| |V_n| \cos(\delta_1 - \delta_n - \theta_{1n})$$

⋮

$$P_k = |V_k| \sum_{n=1}^N |Y_{kn}| |V_n| \cos(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})$$

$$P_N = |V_N| \sum_{n=1}^N |Y_{Nn}| |V_n| \cos(\delta_N - \delta_n - \theta_{Nn})$$


---

$$Q_1 = |V_1| \sum_{n=1}^N |Y_{1n}| |V_n| \sin(\delta_1 - \delta_n - \theta_{1n})$$

$$Q_k = |V_k| \sum_{n=1}^N |Y_{kn}| |V_n| \sin(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})$$

$$Q_N = |V_N| \sum_{n=1}^N |Y_{Nn}| |V_n| \sin(\delta_N - \delta_n - \theta_{Nn})$$

El método de Newton-Raphson ha resultado el más efectivo para resolver este sistema de ecuaciones, se obtienen las desconocidas ( $|V_n|, \delta_n$ ),  $n=1,2,\dots,N$ .

### El método Newton-Raphson

El conjunto de ecuaciones no lineales del sistema eléctrico puede expresarse en la forma siguiente:

$$|V_1| \sum_{n=1}^N |Y_{1n}| |V_n| \cos(\delta_1 - \delta_n - \theta_{1n}) - P_1 = 0$$

$$|V_k| \sum_{n=1}^N |Y_{kn}| |V_n| \cos(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn}) - P_k = 0$$

$$|V_N| \sum_{n=1}^N |Y_{Nn}| |V_n| \cos(\delta_N - \delta_n - \theta_{Nn}) - P_N = 0$$


---

$$|V_1| \sum_{n=1}^N |Y_{1n}| |V_n| \sin(\delta_1 - \delta_n - \theta_{1n}) - Q_1 = 0$$

$$|V_k| \sum_{n=1}^N |Y_{kn}| |V_n| \sin(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn}) - Q_k = 0$$

$$|V_n| \sum_{n=1}^N |Y_{Nn}| |V_n| \sin(\delta_N - \delta_n - \theta_{Nn}) - Q_N = 0$$

En forma compacta, a base de matrices se expresa:

$$J[f(\vec{x})] = \begin{bmatrix} P(\vec{x}) \\ Q(\vec{x}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \vec{P} \\ \vec{Q} \end{bmatrix}$$

donde

$$[\vec{x}] = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \delta_N \\ \hline V_1 \\ V_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ V_N \end{bmatrix}$$

es el vector de 2N desconocidas y

$$\begin{bmatrix} \vec{P} \\ \vec{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ P_N \\ \hline Q_1 \\ Q_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ Q_N \end{bmatrix}$$

es el vector de potencia real y reactiva en cada nodo del sistema.

$$\left[ \begin{array}{c} |V_1| \sum_{n=1}^N |Y_{1n}| |V_n| \cos(\delta_1 - \delta_n - \theta_{1n}) \\ \vdots \\ |V_N| \sum_{n=1}^N |Y_{Nn}| |V_n| \cos(\delta_N - \delta_n - \theta_{Nn}) \\ \text{-----} \\ |V_1| \sum_{n=1}^N |Y_{1n}| |V_n| \sin(\delta_1 - \delta_n - \theta_{1n}) \\ \vdots \\ |V_N| \sum_{n=1}^N |Y_{Nn}| |V_n| \sin(\delta_N - \delta_n - \theta_{Nn}) \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{c} P(\vec{X}) \\ Q(\vec{X}) \end{array} \right] =$$

es el vector de funciones de potencia en término de las desconocidas  $[\vec{X}]$

Utilizando la expansión mediante la serie Taylor, considerando los términos hasta la primera derivada

$$[f(\vec{X})]^{i+1} = [f(\vec{X})]^i + \frac{d}{d\vec{X}} [f(\vec{X})]^i [[\vec{X}]^{i+1} - [\vec{X}]^i]$$

son las funciones  $[f(\vec{X})]$  multivariables y

$\frac{d}{d\vec{X}} [f(\vec{X})]^i$  es la matriz jacobiana

$$[J]^i = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_1}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial \delta_N} & | & \frac{\partial P_1}{\partial V_1} & \frac{\partial P_1}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial V_N} \\ \cdot & & & & | & \cdot & & & \\ \cdot & & & & | & \cdot & & & \\ \cdot & & & & | & \cdot & & & \\ \frac{\partial P_N}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_N}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_N}{\partial \delta_N} & | & \frac{\partial P_N}{\partial V_1} & \frac{\partial P_N}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial P_N}{\partial V_N} \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_N} & | & \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial V_N} \\ \cdot & & & & | & \cdot & & & \\ \cdot & & & & | & \cdot & & & \\ \cdot & & & & | & \cdot & & & \\ \frac{\partial Q_N}{\partial \delta_1} & \frac{\partial Q_N}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_N}{\partial \delta_N} & | & \frac{\partial Q_N}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_N}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial Q_N}{\partial V_N} \end{bmatrix}$$

La matriz  $[J]$  es una de orden  $(2N \times 2N)$ ,  $N$  es el número de nodos en la aplicación a la serie de ecuaciones del sistema de potencia. Podemos expresarla como:

$$[J]^i = \begin{bmatrix} J1 & J2 \\ J3 & J4 \end{bmatrix}^i$$

Cada submatriz se obtiene derivando las ecuaciones  $[f(\vec{x})]$ , que resulta en:

$$J1_{kn} = \frac{\partial P_k}{\partial \delta_n} = |V_k| |Y_{kn}| |V_n| \sin(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})$$

$$J2_{kn} = \frac{\partial P_k}{\partial V_n} = |V_k| |Y_{kn}| \cos(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})$$

$$J3_{kn} = \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_n} = -|V_k| |Y_{kn}| |V_n| \cos(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})$$

$$J4_{kn} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_n} = |V_k| |Y_{kn}| \sin(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})$$

para  $n \neq k$

$$J1_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} = -|V_k| \sum_{n=1, n \neq k}^N |Y_{kn}| |V_n| \sin(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})$$

$$J2_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = |V_k| |Y_{kk}| \cos \theta_{kk} + \sum_{n=1}^N |Y_{kn}| |V_n| \cos(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})$$

$$J3_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_k} = |V_k| \sum_{n=1, n \neq k}^N |Y_{kn}| |V_n| \cos(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})$$

$$J4_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = -|V_k| |Y_{kk}| \sin \theta_{kk} + \sum_{n=1}^N |Y_{kn}| |V_n| \sin(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})$$

para  $n = k$

El sistema de ecuaciones no lineales del sistema se expresa como;

$$[f(\vec{X})]^{i+1} = [f(\vec{X})]^i + [J]^i [\vec{X}^{i+1} - \vec{X}^i]$$

El vector  $\vec{X}^{i+1}$  es el conjunto de raíces del sistema, el cual se va refinando en cada iteración. Ello implica que  $[f(\vec{X})]^{i+1} = 0$ , por lo tanto:

$$0 = [f(\vec{X})]^i + [J]^i [\Delta \vec{X}]$$

donde:  $[\Delta \vec{X}] = [\vec{X}^{i+1} - \vec{X}^i]$

$$[J]^i [\Delta \vec{X}] = -[f(\vec{X})]^i$$

Como se había expresado anteriormente

$$[f(\vec{X})]^i = \left[ \frac{P(\vec{X})}{Q(\vec{X})} \right]^i - \left[ \frac{P}{Q} \right]$$

entonces

$$[J]^i [\Delta \vec{X}] = \left[ \frac{P}{Q} \right] - \left[ \frac{P(\vec{X})}{Q(\vec{X})} \right]^i$$

$$\text{sea } \left[ \frac{P}{Q} \right] - \left[ \frac{P(\bar{X})}{Q(\bar{X})} \right]^i = [\Delta \bar{Y}]^i$$

$$[J]^i [\Delta \bar{X}] = [\Delta \bar{Y}]^i$$

Este sistema de ecuaciones puede resolverse obteniendo  $\Delta \bar{X}$

$$\Delta \bar{X} = [J^i]^{-1} [\Delta \bar{Y}]^i$$

$$\bar{X}^{i+1} - \bar{X}^i = [J^i]^{-1} [\Delta \bar{Y}]^i$$

$$\bar{X}^{i+1} = \bar{X}^i + [J^i]^{-1} [\Delta \bar{Y}]^i$$

Así se obtiene el vector de las raíces (magnitud de voltajes y ángulos de fase) en cada iteración a base de los valores en la iteración previa.

El proceso de inversión de la matriz Jacobiana puede evitarse utilizando el método de descomposición LU de esta matriz. Otro método generalmente utilizado es el de reducción Gauss-Jordan. Este método es una variación del método de reducción de Gauss. La diferencia principal es que en el método de Gauss Jordan, cuando se elimina una desconocida, ésta se elimina de todas las ecuaciones mientras que en método de Gauss la desconocida se elimina solamente en las ecuaciones subsiguientes. Además, todas las filas son normalizadas al dividir por el elemento pivote. De esta forma, el proceso de eliminación culmina en una matriz identidad en lugar de una matriz triangular. Consecuentemente, no es necesario usar el proceso de sustitución en retroceso para obtener la solución, sino que la columna adjunta a la matriz corresponde al vector solución.

El método de descomposición LU consiste en factorizar la matriz jacobiana en la matriz triangular inferior y triangular superior LU. Substituyendo en la ecuación:

$$[J] [\Delta X] = [\Delta Y]$$

$$LU \Delta X = \Delta Y$$

Si dejamos que  $U \Delta X = C$ , entonces

$$LC = \Delta Y$$

En el sistema de ecuaciones anteriores se efectúa una sustitución hacia abajo resolviendo por el vector [C]. Luego en el sistema de ecuaciones;

$$[U] [\Delta X] = [C]$$

se substituye hacia arriba y se obtiene el vector deseado  $[\Delta X]$

En el programa desarrollado usamos el método de reducción, el método de descomposición LU y el método de inversión. El método de inversión es el más rápido en la HP28, ya que la computadora tiene el proceso internamente. Los resultados obtenidos con cualquiera de los métodos no son significativamente diferentes entre sí.

La solución del sistema de ecuaciones a través del método Newton-Raphson requiere los siguientes pasos, comenzando con  $[x_i] = \begin{bmatrix} \delta_i \\ V_i \end{bmatrix}$  en la iteración i:

Paso 1) Calcular diferencias en potencia:

$$[\Delta \vec{Y}_i] = \begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P - P(\vec{X}_i) \\ Q - Q(\vec{X}_i) \end{bmatrix}$$

Paso 2) Calcular  $[J]$  utilizando las ecuaciones dadas anteriormente.

Paso 3) Utilizar el proceso de reducción Gauss-Jordan, de descomposición LU o el de inversión para resolver:

$$\begin{bmatrix} J1_i | J2_i | \Delta \delta_i \\ J3_i | J4_i | \Delta v_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix}$$

Paso 4) Computar  $[\vec{X}_{i+1}]$

$$[\vec{X}_{i+1}] = [\vec{X}_i] + [\Delta \vec{X}_i]$$

$$\begin{bmatrix} \delta_{i+1} \\ V_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_i \\ V_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \delta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix}$$

Comenzando con un valor inicial  $[X_0]$ , el procedimiento se continúa hasta obtener convergencia o exceder un número de iteraciones especificadas.

La convergencia se obtiene cuando  $[\Delta X_i]$  sea menor que un valor especificado. Para la aplicación de flujo de potencia, el criterio de convergencia utilizado es  $[\Delta Y_i]$ , denominado diferencia en potencia, en lugar de  $[\Delta X_i]$  (diferencias en ángulos de fase y en voltajes).

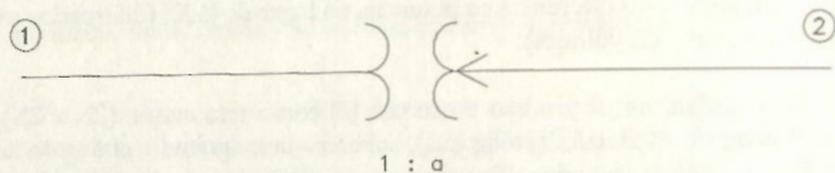
En realidad, en el proceso no se usa  $[J]$  como una matriz  $(2N \times 2N)$ . Para el nodo de oscilación (swing bus), sabemos la magnitud y el ángulo de fase. Las dos columnas y dos filas correspondientes al nodo de oscilación se omiten del sistema. Además, para cada nodo de control se sabe la magnitud del voltaje, por lo cual la función  $Q(x)$  no es necesaria. Por lo tanto se omite  $|V|$  del vector  $[X]$  y  $Q(x)$  del vector  $[Y]$ . De la matriz  $[J]$  se omite la columna que corresponde a las derivadas parciales respecto a  $|V|$  y la fila que corresponde a las derivadas parciales de  $Q(x)$ . Esto reduce el grado de la matriz jacobiana a  $2N-2-C$ ,  $C$  es el número de nodos de control.

Al concluir cada iteración se calcula  $Q(x)$  para todo nodo de control. Si el valor calculado de  $Q_g = Q(x) + Q_c$  para cada nodo de control fuera más de lo especificado, entonces se cambia el tipo de nodo a nodo de carga con  $Q_g$  en el valor límite excedido. Ello requiere re-insertar la fila y la columna en la matriz  $[J]$  de cada nodo cambiado a nodo de carga para continuar el proceso; el valor de  $|V|$  se calcula sucesivamente.

### Representación de Transformadores

Los modelos de transformadores que usan sus parámetros en valores unitarios de manera que la razón de voltajes base seleccionados en los lados de alta y baja tensión sea igual que la razón de los voltajes nominales del transformador, son más simples que los que usan parámetros con valores comunes (unidades SI). Ello se debe a que el transformador ideal que ilustra el número de vueltas de cada embobinado se elimina del circuito equivalente bajo las condiciones indicadas. En el caso de transformadores equipados con el sistema automático de cambio de razón de transformación no es posible seleccionar los voltajes base en la forma indicada y para poder acomodar esta situación se usa un modelo del transformador en valores unitarios donde sus voltajes nominales no sean proporcionales a los voltajes base seleccionados. Tales transformadores se denominan transformadores con razón de transformación no nominal (off-nominal turns ratio).

El diagrama monolineal de este transformador es:

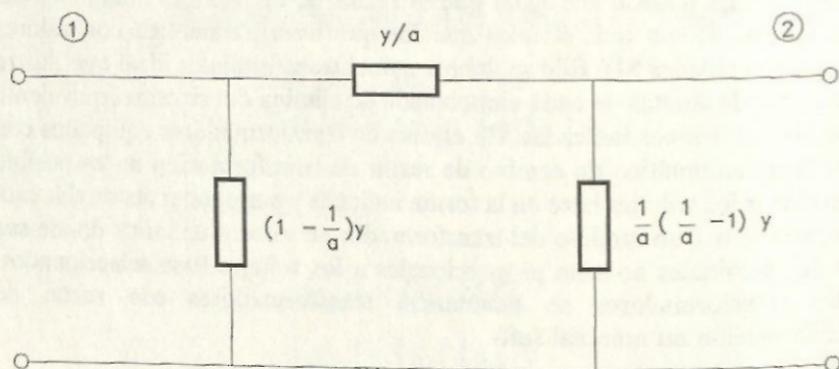


en el cual la punta de flecha indica el lado variable (tapped side).

El circuito equivalente que se utiliza para representar este transformador y que resulta apropiado para el programa de flujo de potencia es (referencia #1)

En el programa todo transformador se representa con este circuito. La información de entrada de cada transformador indica si su razón de transformación es variable o es fija. Si la razón de transformación es fija el parámetro que indica el incremento se especifica como 0, de lo contrario, el cambio en la razón de transformación se indica en cada paso del control automático.

En la representación del transformador es necesario cambiar la razón de transformación hasta obtener la magnitud de voltaje deseado en el nodo especificado. Ello se logra cambiando la razón de transformación a por la



cantidad especificada en cualquier iteración en que la magnitud del voltaje en el lado controlado comparado con la magnitud deseada sea mayor que un factor especificado.

El cambio estándar en los transformadores automáticos es  $\pm 0.625\%$  por paso. No es necesario cotejar la magnitud de voltaje de los nodos controlados en cada iteración. Se ha probado que hacerlo en iteraciones alternas es suficiente. La tolerancia especificada puede ser de 0.01 pu.

Las admitancias propias y mutuas en el lado afectado se deben ser recalculadas para todo cambio en la razón de transformación.

### El programa de flujo de potencia

El programa de flujo de potencia fue desarrollado para la calculadora HP-28S y se basa en el método Newton-Raphson. La versión en esta calculadora se concibe como una valiosa ayuda para el estudiante de sistemas de potencia. Como se ve en la presentación del método Newton-Raphson aplicado al problema de flujo de potencia, el número de calculaciones requeridas por cada iteración es enorme. La necesidad de evaluar y de invertir la matriz jacobiana es una de las mayores complicaciones. Hay, por lo tanto, un alto incentivo en encontrar herramientas de ayuda que le permitan al estudiante concentrar en el análisis del sistema de potencia y no en el proceso de resolver el sistema de ecuaciones. Por lo general los textos modernos incluyen programas de flujo de potencia para computadoras personales. El ejemplo ilustrativo de este trabajo es tomado de la referencia #1, resuelto en un programa para la computadora personal. No todo estudiante tiene acceso a una computadora personal. La calculadora HP-28S se escogió para programar el problema porque por su costo está más al alcance de todo estudiante.

Debido a las limitaciones de la memoria de esta calculadora no se pueden resolver sistemas de potencia muy grandes. Si se intenta algún sistema de más de 6 o 7 nodos probablemente se obtenga el mensaje de memorias insuficientes además de resultar demasiado lento. Sin embargo, la mayor parte de los problemas académicos son del tamaño que pueden ser analizados mediante el sistema presentado en esta calculadora u otra similar.

El sistema no tiene limitaciones, por lo cual puede programarse para cualquier computadora de mayor capacidad y utilizarse con sistemas de potencia de tamaños reales.

El sistema es uno modular, como se indica a continuación.

	Módulo	Propósito
1.	CLAR	Elimina valores contenidos en toda variable global del sistema.
2.	INPT	Recibe los datos del sistema que consiste de los siguientes grupos: a) datos de control, b) datos de líneas, c) datos de transformadores y d) datos de nodos.
3.	ORD	Ordena los datos y establece la numeración interna de los nodos.
4-6.	YBUS, YB2 NTR	Calcular la matriz de admitancia del NTR sistema.
7.	BUSD	Calcula valores iniciales $\vec{X}, \vec{V}$
8.	DYC	Comienza el proceso iterativo - cálculo del vector $\Delta \vec{Y}$
9.	JCBM	Calcula la matriz jacobiana del sistema.
10-12.	DXC  VP CQ	Calcula los vectores $\Delta \vec{X}, \vec{X}^{i+1}, \vec{V}, V\vec{P}C$ , reactivo en nodos de control, compara los límites establecidos y de excederse cambia la clasificación del nodo a carga.
13.	MODX	Modifica el vector $\vec{X}$ cuando el nodo de control cambia a nodo de carga.
14.	EOJ	Coteja si se ha logrado convergencia para transferir control ITER a PFL, de lo contrario continúa el proceso iterativo.

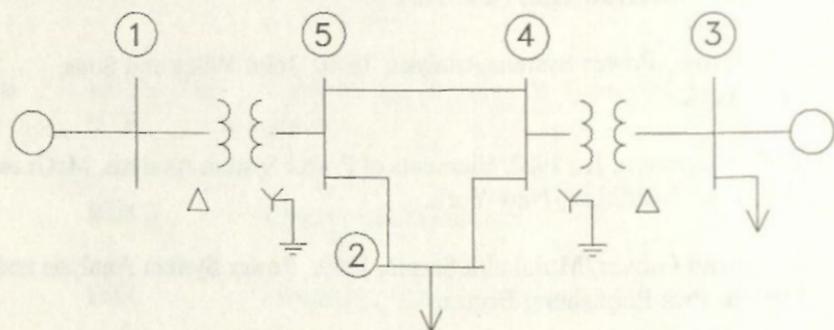
	<b>Módulo</b>	<b>Propósito</b>
15.	YB3	Modifica la matriz de admitancia cuando se altera la razón de transformación de algún transformador automático.
17-18.	PFL,SPO	Calcula flujo de potencia compleja a través de todo elemento del sistema.

#### Referencias

1. G.W. Stagg, and A.H. El-Abiad, 1968. Computer Methods in Power Systems, McGraw Hill, New York.
2. C.A. Gross, Power System Analysis, 1979. John Wiley and Sons, New York.
3. W.D. Stevenson, Jr., 1982. Elements of Power System Analysis, McGraw Hill, Fourth Edition, New York.
4. J. Duncan Glover/Mulukulta Sarma, 1989. Power System Analysis and Design, Pws Publishers, Boston.
5. Steven C. Chapra/Raymond Cande, 1989. Numerical Methods for Engineers, McGraw Hill, New York.

## Problema de ejemplo

El sistema de potencia que se presenta como ejemplo en el libro "Power System Analysis and Design", capítulo 7, (referencia #4) se resolvió con el sistema para la computadora HP-28S. Se tomó un ejemplo conocido para tener una base de comparación. A continuación se ilustran los resultados parciales a través del proceso, por cada iteración y los resultados finales de voltaje, ángulos y flujos de potencia en el sistema. Incluimos todos los resultados parciales, con las matrices jacobianas de cada iteración, para beneficio de quienes realicen los cálculos del problema puedan ir cotejando los resultados. Con un factor de convergencia de 0.005, el problema tomó 4 iteraciones:



### Datos de Control:

EPS=0.005  
SST=0

VEPS=0

MXIT=5

SS=1

### Datos de líneas:

<u>nodo-nodo</u> <u>(0,B/2)(pu)</u>	<u>Z(pu)</u>	
2-4	(0.036,0.4)	(0,0.215)
2-5	(0.018,0.2)	(0,0.11)
4-5	(0.009,0.1)	(0,0.055)

### Datos de transformadores:

<u>Vsq</u>	<u>nodo-nodo</u>	<u>Z(pu)</u>	<u>a</u>	<u><math>\Delta a</math></u>
0	1-5	(0.006,0.08)	1.0	0
0	3-4	(0.003,0.04)	1.0	0

### Datos de nodos:

Bus	V	$\delta (0)$	$P_g$	$Q_g$	$P_l$	$Q_l$	$Q_{mx}$	$Q_{mn}$	T
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
2	1	0	0	0	2	0.7	0	0	2
3	1.05	0	1.3	0	0.2	0.1	1.0	-0.7	3
4	1.0	0	0	0	0	0	0	0	2
5	1.0	0	0	0	0	0	0	0	2

Las valores V,  $P_g$ ,  $Q_g$ ,  $P_l$ ,  $Q_l$ ,  $Q_{mx}$ ,  $Q_{mn}$  están dados en por unidad.

### 1) Y BUS

$$Y = \begin{bmatrix} (0.93226, & (0,0) & (0,0) & (0,0) & (-0.93226, \\ -12.43008) & & & & 12.43008) \\ (0,0) & (0.66958, & (0,0) & (-0.22319, & (-0.44638, \\ & -7.11474) & & 2.47991) & 4.95983) \\ (0,0) & (0,0) & (1.86451, & (-1.86451, & (0,0) \\ & & -24.86016) & 24.86016 & \\ (0,0) & (-0.22319, & (-1.86451, & (2.98047, & (-0.89277, \\ & 2.47991) & 24.86016) & -36.98972) & 9.91965) \\ (-0.93226, & (-0.44638, & (0,0) & (-0.89277, & (2.27141, \\ 12.43008) & 4.95983) & & 9.91965) & -27.14456) \end{bmatrix}$$

### 2) BUS D

$$XI_0 = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ V_2 \\ V_4 \\ V_5 \end{matrix}$$

$$V_0 = \begin{bmatrix} 1/0 \\ 1.05/0 \\ 1/0 \\ 1/0 \\ 1/0 \end{bmatrix} \begin{matrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{matrix}$$

Primera iteración

1) DYC

$$\Delta Y_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1.00211 \\ 0.09323 \\ -1.4 \times 10^{-10} \\ -0.375 \\ 1.51301 \\ 0.16500 \end{bmatrix}$$

2) JCBM matriz jacobiana

$$J_{S_1} = \begin{bmatrix} 7.43974 & 0.0 & -2.47991 & -4.95983 & 0.66958 & -0.22319 & -0.44638 \\ 0.0 & 26.10317 & -26.10317 & 0.0 & 0.0 & -1.95774 & 0.0 \\ -2.47991 & -26.10317 & 38.50273 & -9.91965 & -0.22319 & 2.88725 & -0.89277 \\ -4.95983 & 0.0 & -9.91965 & 27.30956 & -0.44638 & -0.89277 & 2.27141 \\ -0.66958 & 0.0 & 0.22319 & 0.44638 & 6.78974 & -2.47991 & -4.95983 \\ 0.22319 & 1.95774 & -3.0737 & 0.89277 & -2.47991 & 35.47672 & -9.91965 \\ 0.44638 & 0.0 & 0.89277 & -2.27141 & -4.95983 & -9.91965 & 26.97956 \end{bmatrix}$$

3) DXC

$$\Delta X_1 = \begin{bmatrix} -0.32308 \\ 0.00351 \\ -0.03805 \\ -0.07302 \\ \text{-----} \\ -0.05711 \\ 0.04229 \\ 0.01162 \end{bmatrix}$$

4) NXI

$$X_{I_1} = \begin{bmatrix} -0.32308 \\ 0.00351 \\ -0.03805 \\ -0.07302 \\ \text{-----} \\ 0.94289 \\ 1.04229 \\ 1.01162 \end{bmatrix} \begin{matrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \\ V_2 \\ V_4 \\ V_5 \end{matrix}$$

## 5) VPC

$$V_1 = \begin{bmatrix} (1.0, 0) \\ (0.89411, -0.29936) \\ (1.04999, 0.00368) \\ (1.04153, -0.03965) \\ (1.00893, -0.07380) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/0 \\ 0.94289/-18.51138 \\ 1.05/0.20094 \\ 1.04229/-2.18038 \\ 1.01162/-4.18359 \end{bmatrix}$$

## 6) CQ

$$Q_{q3} = 0.24009$$

Segunda iteración

## 1) DYC

$$\Delta Y_2 = \begin{bmatrix} -0.11619 \\ -0.04731 \\ 0.03169 \\ 0.08156 \\ \text{-----} \\ -0.26977 \\ -0.19914 \\ -0.19781 \end{bmatrix}$$

## 2) JCBM

$$JS_2 = \begin{bmatrix} 6.75558 & 0.0 & -2.27716 & -4.47842 & -1.36656 & -0.85945 & -1.56511 \\ 0.0 & 27.26824 & -27.26824 & 0.0 & 0.0 & -0.87146 & 0.0 \\ -2.40052 & -27.09867 & 39.98496 & -10.48578 & 0.50356 & 3.07610 & -0.56854 \\ -4.68916 & 0.0 & -10.41997 & 27.58137 & 0.80414 & -1.25337 & 2.21719 \\ -2.47910 & 0.0 & 0.89579 & 1.58330 & 6.25216 & -2.18478 & -4.42697 \\ -0.47480 & 3.16920 & -3.26955 & 0.57515 & -2.54590 & 38.74490 & -10.36531 \\ -0.75822 & 0.0 & 1.30637 & -2.40607 & -4.97316 & -9.99724 & 27.65557 \end{bmatrix}$$

## 3) DXC

$$\Delta X_2 = \begin{bmatrix} -0.05240 \\ -0.01202 \\ -0.00964 \\ -0.00526 \\ \text{-----} \\ -0.09109 \\ -0.02015 \\ -0.03226 \end{bmatrix}$$

4) NXI

$$XI_2 = \begin{bmatrix} -0.37548 \\ -0.00851 \\ -0.04769 \\ -0.07828 \\ \text{-----} \\ 0.85180 \\ 1.02214 \\ 0.97937 \end{bmatrix}$$

5) VPC

$$V_2 = \begin{bmatrix} (1,0) \\ (0.79246, -0.31237) \\ (1.04996, -0.00893) \\ (1.02097, -0.04873) \\ (0.97637, -0.07658) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/0 \\ 0.8518/ -21.5135 \\ 1.05/ -0.48753 \\ 1.02214/ -2.73255 \\ 0.97937/ -4.4849 \end{bmatrix}$$

6) CQ

$$Q_{93} = 0.76947$$

Tercera iteración

1) DCY

$$\Delta Y_3 = \begin{bmatrix} -0.03895 \\ -0.00126 \\ 0.00929 \\ 0.02482 \\ \text{-----} \\ -0.03342 \\ -0.00388 \\ -0.00768 \end{bmatrix}$$

2) JCBM

$$JS_3 = \begin{bmatrix} 5.82879 & 0.0 & -1.98163 & -3.84716 & -1.73190 & -0.86008 & -1.60079 \\ 0.0 & 26.73890 & -26.73890 & 0.0 & 0.0 & -0.93370 & 0.0 \\ -2.10676 & -26.58213 & 38.64159 & -9.95271 & 0.60010 & 3.03736 & -0.60205 \\ -4.06527 & 0.0 & -9.89805 & 26.02825 & 1.00450 & -1.17102 & 2.19920 \\ -2.44688 & 0.0 & 0.87912 & 1.56776 & 5.27779 & -1.93871 & -3.92822 \\ -0.51116 & 3.04471 & -3.12317 & 0.58963 & -2.47329 & 37.81234 & -10.1624 \\ -0.85564 & 0.0 & 1.19694 & -2.20346 & -4.77255 & -9.68369 & 26.5923 \end{bmatrix}$$

3) DXC

$$\Delta X_3 = \begin{bmatrix} -0.01479 \\ -0.00184 \\ -0.00170 \\ -0.00105 \\ \text{-----} \\ -0.01720 \\ -0.00271 \\ -0.00485 \end{bmatrix}$$

4) NXI

$$XI_3 = \begin{bmatrix} -0.39027 \\ -0.01035 \\ -0.04939 \\ -0.07933 \\ \text{-----} \\ 0.8346 \\ 1.01943 \\ 0.97452 \end{bmatrix}$$

5) VPC

$$V_3 = \begin{bmatrix} (1, 0) \\ (0.77185, -0.31752) \\ (1.04994, -0.01087) \\ (1.01819, -0.05033) \\ (0.97145, -0.07723) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/0 \\ 0.8346/-22.3611 \\ 1.05/-0.59297 \\ 1.01943/-2.82987 \\ 0.97452/-4.54515 \end{bmatrix}$$

6) CQ

$$Q_{g3} = 0.84035$$

Cuarta iteración

1) DYC

$$\Delta Y_4 = \begin{bmatrix} -0.00213 \\ -0.00001 \\ 0.00059 \\ 0.00134 \\ \text{-----} \\ -0.00133 \\ -0.00005 \\ -0.00019 \end{bmatrix}$$

## 2) JCBM

$$JS_4 = \begin{bmatrix} 5.65455 & 0.0 & -1.92507 & -3.72948 & -1.83496 & -0.86752 & -1.62121 \\ 0.0 & 26.66798 & -26.66798 & 0.0 & 0.0 & -0.93740 & 0.0 \\ -2.05204 & -26.5129 & 38.44108 & -9.87685 & 0.63076 & 3.03780 & -0.60702 \\ -3.95165 & 0.0 & -9.82376 & 25.77867 & 1.06469 & -1.15899 & 2.21216 \\ -2.46427 & 0.0 & 0.88437 & 1.57990 & 5.10087 & -1.88838 & -3.82699 \\ -0.52643 & 3.03290 & -3.09801 & 0.59155 & -2.45870 & 37.70850 & -10.13510 \\ -0.88860 & 0.0 & 1.18151 & -2.15847 & -4.73475 & -9.63652 & 26.45308 \end{bmatrix}$$

## 3) DXC

$$\Delta X_4 = \begin{bmatrix} -0.00079 \\ -0.00008 \\ -0.00007 \\ -0.00005 \\ \text{-----} \\ -0.00083 \\ -0.00013 \\ -0.00023 \end{bmatrix}$$

## 4) NXI

$$XI_4 = \begin{bmatrix} -0.39106 \\ -0.01043 \\ -0.04946 \\ -0.07938 \\ \text{-----} \\ 0.83377 \\ 1.0193 \\ 0.97429 \end{bmatrix}$$

## 5) VPC

$$V_4 = \begin{bmatrix} (1,0) \\ (0.77082, -0.31781) \\ (1.04994, -0.01095) \\ (1.01806, -0.05040) \\ (0.97122, -0.07725) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/0 \\ 0.83377/-22.4063 \\ 1.05/-0.59734 \\ 1.01930/-2.83396 \\ 0.97429/-4.54788 \end{bmatrix}$$

## 6) CQ

$$Q_{g3} = 0.84369$$

## Flujo de potencia en el sistema

PFL

$P$ $Q$	$S_{pq}$	$S_{qp}$	Pérdida
2-4	(-0.7296, -0.3478)	(0.7592, 0.3038)	(0.0296, -0.0439)
2-5	(-1.2704, -0.3522)	(1.3142, 0.6575)	(0.0438, 0.3053)
4-5	(0.3360, 0.3759)	(-0.3334, -0.4563)	(0.0026, -0.0804)
1-5	(0.9871, 0.2857)	(-0.9808, -0.2012)	(0.0063, 0.0845)
3-4	(1.10, 0.7437)	(-1.0952, -0.6797)	(0.0048, 0.0649)

Pérdida Total

(0.871, 0.32947)

