

# Análisis de corto circuito considerando cargas

*Angel Sánchez del Río, BSEE, MSNE, PE*  
*Profesor Asociado*  
*Director Departamento Ingeniería Eléctrica*

## Sinopsis

Generalmente el análisis de corto circuito se simplifica eliminando las cargas del sistema. Cuando no se justifica la eliminación de cargas se recomienda superponer las corrientes de carga. Este análisis incluye la consideración de cargas en los estudios de corto circuito por el método de voltajes internos y por el método del equivalente Thévenin. Se hace uso de la formulación de ecuaciones mediante matrices para simplificar los cálculos. Los métodos discutidos se ilustran mediante un ejemplo analizado para cargas representadas por diferentes tipos de comportamiento durante fluctuaciones de voltajes. Con el análisis de corto circuito que se presenta se puede analizar el sistema eléctrico para una condición de carga haciendo el estudio de flujo de carga y luego el análisis de corto circuito, usando el vector de fasores de voltajes producido en el estudio de flujo de carga. Se discuten aspectos relacionados con la representación de cargas durante el período de la ocurrencia de la falla.

## Abstract

Short circuit analysis is usually simplified neglecting shunt connections including system loads. If under particular conditions, system loads cannot be neglected, the superposition principle can be used, adding pre-fault currents to fault currents. The analysis presented in this paper considers system loads. Internal voltages and Thévenin methods are used in the short-circuit analysis and are illustrated in a line-to-ground fault problem. Loads are represented by two different methods under node voltages fluctuations, as constant impedances and constant current loads.

## Introducción

¿Por qué un artículo más sobre el tema de análisis de corto circuito usando componentes simétricos? La lista de libros e informes técnicos

publicados a partir de 1918 cuando C.L. Fortescue publica su trabajo El Método de las Coordenadas Simétricas es interminable. Los componentes simétricos, como comúnmente se denominan en ingeniería eléctrica, se aplican a sistemas de potencia eléctrica trifásicos balanceados, excepto en el punto en particular en que ocurre una falla asimétrica, para calcular corrientes a través del sistema sometido a la condición de falla.

No pretendemos insinuar que hemos estudiado el inmenso volumen de libros y trabajos técnicos dedicados al tema, pero en los más recientes que hemos estudiado, se recalculan los análisis para determinar corrientes de falla que fluyen a través del sistema debido a la ocurrencia de la falla únicamente. Las corrientes existentes en el sistema previo a la ocurrencia de la falla, o corrientes de carga, se pasan por alto considerando que éstas son bien pequeñas comparadas con las corrientes de falla. En general los autores señalan que para las condiciones en que las corrientes de carga sean significativas, las cargas se pueden sumar a las corrientes de falla aplicando el teorema de superposición para calcular las corrientes totales en el sistema durante la falla. En algunos libros se presentan ejemplos sencillos para ilustrar este método (Wagner and Evans, 1933; Clarke, 1943; Neueswander, 1971; Stevenson, 1982; Gross, 1986).

El propósito de este trabajo es el de discutir los métodos de análisis de corto circuito considerando corrientes de carga, entrar en las consideraciones de la representación de cargas durante el período de la falla y sus efectos y presentar los cálculos para un sistema de potencia como ilustración de dichos métodos. Con las computadoras disponibles hoy día cualquiera de los métodos presentados pueden programarse fácilmente.

### **Análisis de corto circuito**

Cuando las corrientes de carga no sean insignificantes uno de dos métodos puede usarse para calcular las corrientes existentes en el sistema durante la falla: el método de voltajes internos o el método del equivalente de Thévenin.

### **Método de voltajes internos**

Si consideramos una máquina sincrónica que está supliendo una carga y en los terminales de la máquina ocurre un corto circuito es necesario examinar los voltajes internos de la máquina. El circuito equivalente para un generador que suple una carga trifásica balanceada es su voltaje sin carga  $E_g$  en serie con la reactancia sincrónica  $X_s$  (Wagner and Evans, 1933).

La figura 1 muestra el circuito equivalente de línea-a-tierra del sistema, que en el lenguaje de los componentes simétricos llamamos el circuito de secuencia positiva. La corriente que fluye previo a la ocurrencia de la falla es  $I_L$ . El voltaje en el punto  $f$  es  $V_f$ . Si ocurre un corto circuito en el punto  $f$ , lo representamos con una impedancia  $Z$  la cual depende del tipo de corto circuito. La falla, sin embargo, no se simula únicamente conectando la impedancia  $Z$  en el punto de falla  $f$  a neutral, es necesario substituir  $X_g$  por la reactancia subtransitoria  $X_g''$ , si deseamos determinar las corrientes existentes inmediatamente ocurre la falla, o la reactancia transitoria  $X_g'$ , si se desean las corrientes algunos ciclos después de ocurrir la falla. Cambiar la reactancia  $X_g$  requerirá cambiar el voltaje interno de  $E_g$  a  $E_g''$  o  $E_g'$  para la condición subtransitoria o transitoria, respectivamente

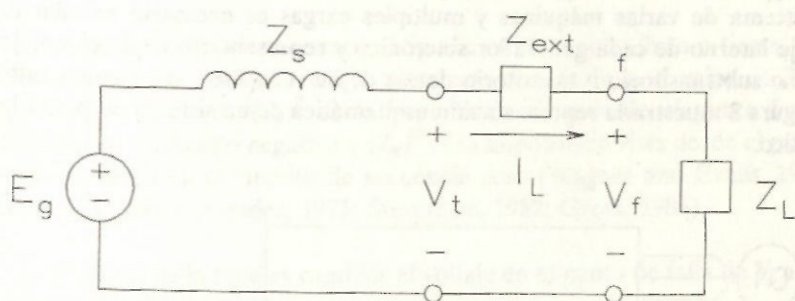


Figura 1 - Circuito equivalente línea-a-tierra.

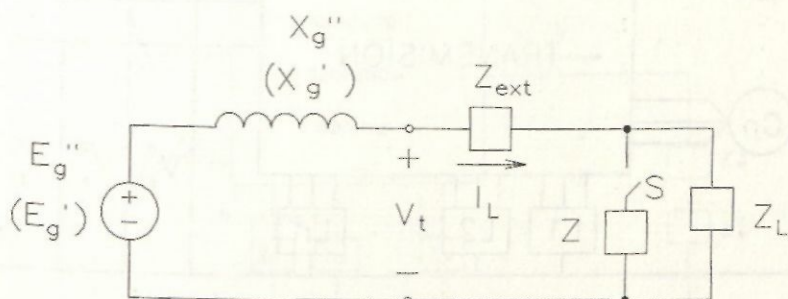


Figura 2 - Simulación de una falla.

En la figura 2, mientras  $S$  permanece abierto la corriente del circuito deberá ser  $I_L$ , puesto que no ha ocurrido la falla. Por lo tanto:

$$E_g'' = V_t + I_L(jX_g'') \quad \text{o} \quad (1)$$

$$E_g' = V_t + I_L(jX_g')$$

Esta ecuación define el voltaje interno subtransitorio o transitorio, respectivamente. Es decir,  $E_g''$  en serie con  $X_g''$  representa el generador antes de la ocurrencia de la falla e inmediatamente luego de la falla solamente si la corriente pre-falla es  $I_L$ . Ello significa que para cualquier carga distinta que se considere se debe determinar el voltaje interno subtransitorio o transitorio correspondiente. Si en lugar de una máquina alimentando una carga tenemos un sistema de varias máquinas y múltiples cargas es necesario calcular el voltaje interno de cada generador sincrónico y representarlo como el voltaje interno subtransitorio o transitorio detrás de su reactancia correspondiente. La figura 3 muestra la representación esquemática de un sistema de potencia trifásico.

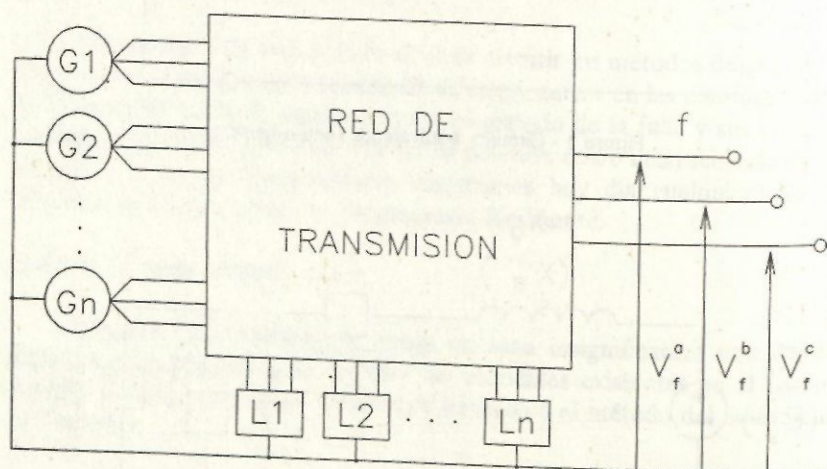


Figura 3 - Sistema de potencia trifásico.

La figura 4 muestra la representación de este sistema en la secuencia positiva, con la simulación de un corto circuito en el punto f. Como se indica, toda máquina se representa por el voltaje subtransitorio en serie con la reactancia subtransitoria. Se mantiene la representación de las cargas, las cuales se ilustran como impedancias en paralelo.

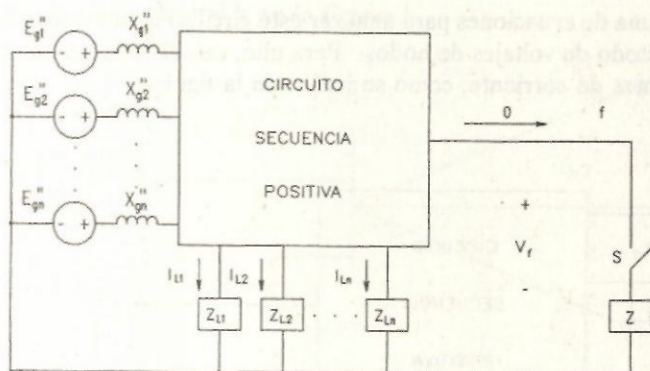


Figura 4 - Diagrama esquemático de secuencia positiva.

En nuestro análisis usaremos el tipo de corto circuito línea-a-tierra. En la literatura se ha demostrado que para este tipo de falla el valor de  $Z$  es  $(Z_{ff}^2 + Z_{ff}^0)^{-1}$ , donde  $(Z_{ff}^2)$  es la impedancia vista desde el punto  $f$  y la referencia en el circuito negativo y  $(Z_{ff}^0)$  es la impedancia vista desde el punto  $f$  y la referencia en el circuito de secuencia cero (Wagner and Evans, 1933; Clarke, 1943; Neuswander, 1971; Stevenson, 1982; Gross, 1986).

El efecto de la falla es cambiar el voltaje en el punto de falla de  $V_f$  a  $V_f^1$  y la corriente de  $0$  a  $I_f^1$  (fig. 5).

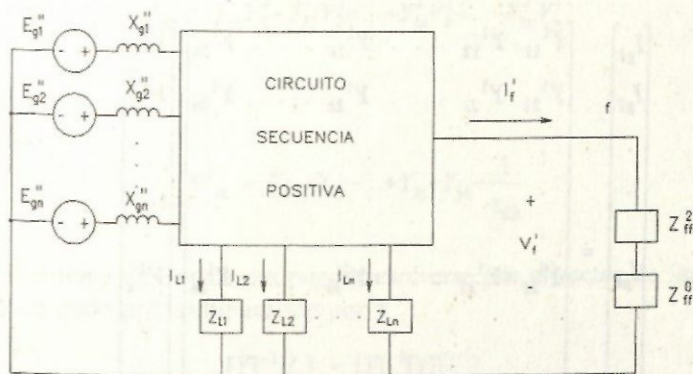


Figura 5 - Falla línea a tierra.

<sup>1</sup> El superscrito indica la secuencia (1,2,0) para secuencia positiva, negativa o cero, respectivamente, o la fase (a,b,c).

El sistema de ecuaciones para analizar este circuito lo podemos obtener usando el método de voltajes de nodos. Para ello, cambiamos las fuentes de voltaje a fuentes de corriente, como se indica en la figura 6.

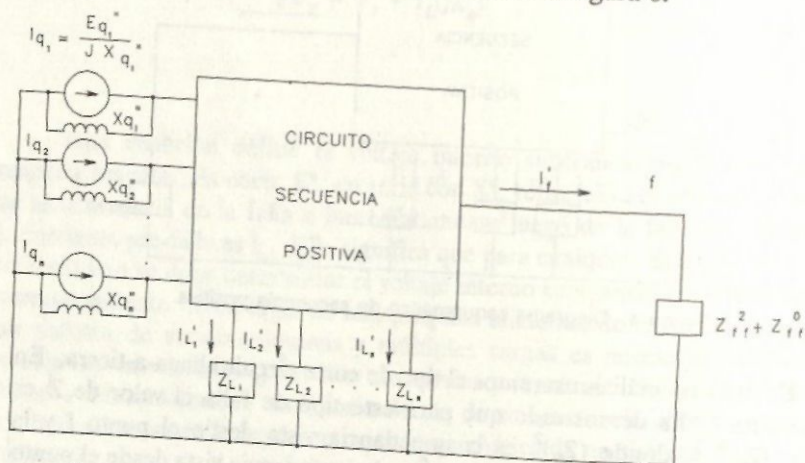


Figura 6 - Circuito de secuencia positiva con generadores de corriente.

$$[I_g] = [Y'] [V'] \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} I_{g1} \\ I_{g2} \\ \vdots \\ I_{gk} \\ \vdots \\ I_{gn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}^1 & Y_{12}^1 & \dots & Y_{1k}^1 & \dots & Y_{1n}^1 \\ Y_{21}^1 & Y_{22}^1 & \dots & Y_{2k}^1 & \dots & Y_{2n}^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{k1}^1 & Y_{k2}^1 & \dots & Y_{kk}^1 & \dots & Y_{kn}^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1}^1 & Y_{n2}^1 & \dots & Y_{nk}^1 & \dots & Y_{nn}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^1 \\ V_2^1 \\ \vdots \\ V_k^1 \\ \vdots \\ V_n^1 \end{bmatrix}$$

Se muestra el nodo general k en la figura 7.

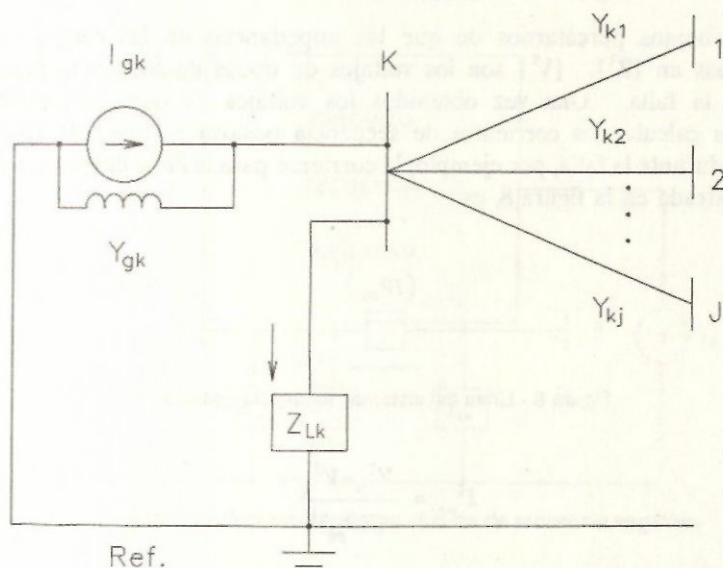


Figura 7 - Nodo general del sistema.

De la ecuación matricial, la ecuación k es:

$$I_{gk} = Y_{k1}^1 V_1^1 + Y_{k2}^1 V_2^1 + \dots + Y_{kk}^1 V_k^1 + \dots + Y_{kn}^1 V_n^1 \quad (3)$$

donde:

$$Y_{kk}^1 = Y_{k1} + Y_{k2} + \dots + Y_{kj} + Y_{gk} + \frac{1}{Z_{Lk}} \quad (4)$$

El sistema de ecuaciones puede resolverse por el vector de fasores de voltajes de nodo pre-multiplicando por  $Y^{-1}$

$$\begin{aligned} [Y]^{-1}[I_g] &= [Y]^{-1}[Y][V^1] \\ [V^1] &= [Y]^{-1}[I_g] \end{aligned} \quad (5)$$

$[Y^1]$  es la matriz de admitancia de nodos del sistema.  
 $[Z^1] = [Y^1]^{-1}$  es la matriz de impedancias de nodos del sistema. (6)

Debemos percatarnos de que las impedancias de las cargas están contenidas en  $[Z^1]$ .  $[V^1]$  son los voltajes de nodos de secuencia positiva durante la falla. Una vez obtenidos los voltajes de secuencia positivo podemos calcular las corrientes de secuencia positiva a través de todo el sistema durante la falla, por ejemplo, la corriente para la línea entre los nodos  $p$ ,  $q$ , ilustrada en la figura 8, es:

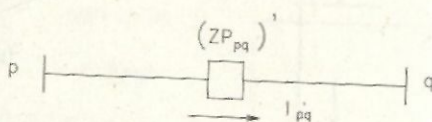


Figura 8 - Línea del sistema, secuencia positiva.

$$I_{pq}^1 = \frac{V_p^1 - V_q^1}{(Z_{pq}^1)^1} \quad (7)$$

$(Z_{pq}^1)^1$  es la impedancia de secuencia positiva de la línea  $pq$  y no el elemento  $Z_{pq}^1$  de la matriz de impedancias de nodos.

Si consideramos el circuito de secuencia negativa (fig. 9),  $(Z_{ff}^2)$  representa el equivalente de Thévenin del circuito de secuencia negativa que se ve desde el punto de falla. Este circuito se satisface si representamos la entrada de  $I_f^2$  por la referencia y la salida por  $f$  mediante un generador de corriente figura 10.

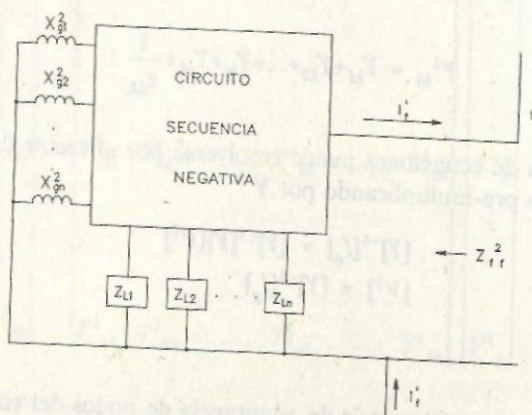


Figura 9 - Flujo de corriente de falla por circuito de secuencia negativa.



*Análisis de corto circuito considerando cargas*

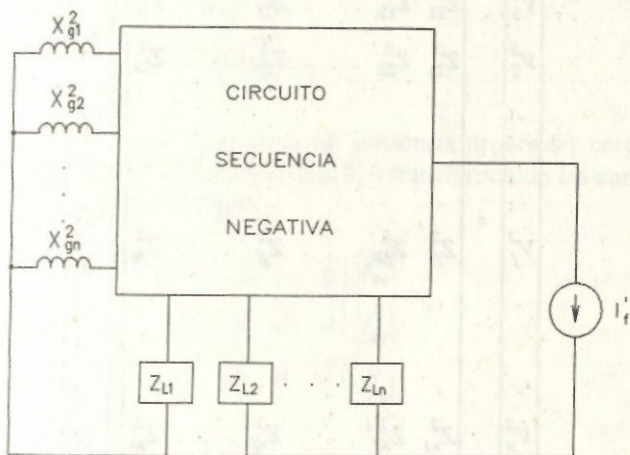


Figura 10 - Representación de circuito de secuencia negativa.

Aplicando el método de voltajes de nodos:

$$[I_f^2] = [Y^2][V^2]$$

Como solamente hay un generador de corriente:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ -I_f^1 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}^2 & Y_{12}^2 & \dots & Y_{1f}^2 & \dots & Y_{1n}^2 \\ Y_{21}^2 & Y_{22}^2 & \dots & Y_{2f}^2 & \dots & Y_{2n}^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Y_{f1}^2 & Y_{f2}^2 & \dots & Y_{ff}^2 & \dots & Y_{fn}^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Y_{n1}^2 & Y_{n2}^2 & \dots & Y_{nf}^2 & \dots & Y_{nn}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^2 \\ V_2^2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_f^2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_n^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} V_1^2 \\ V_2^2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_f^2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_n^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}^2 & Z_{12}^2 & \dots & Z_{1f}^2 & \dots & Z_{1n}^2 \\ Z_{21}^2 & Z_{22}^2 & \dots & Z_{2f}^2 & \dots & Z_{2n}^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Z_{f1}^2 & Z_{f2}^2 & \dots & Z_{ff}^2 & \dots & Z_{fn}^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Z_{n1}^2 & Z_{n2}^2 & \dots & Z_{nf}^2 & \dots & Z_{nn}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ -I_f^1 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

En forma general, los voltajes de nodos de secuencia negativa en el nodo  $i$  con una falla en el nodo  $f$  están definidos por:

$$V_i^2 = -I_f^1 Z_{if}^2 \quad i=1,2,\dots,n \quad (10)$$

Luego pueden calcularse las corrientes de secuencia negativa a través de todo el sistema, para la corriente a través de la línea entre los nodos  $p,q$  (fig. 11).

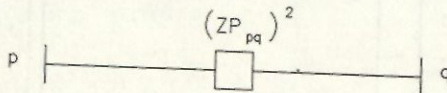


Figura 11 - Línea del sistema, secuencia negativa.

$$I_{pq}^2 = \frac{V_p^2 - V_q^2}{(ZP_{pq})^2}$$

En forma similar, los voltajes de secuencia cero en el nodo  $i$  con falla en el nodo  $f$  es:

## Análisis de corto circuito considerando cargas

$$V_i^0 = -I_s^1 Z_{if}^0 \quad i=1,2,\dots,n$$

$$I_{pq}^0 = \frac{V_p^0 - V_q^0}{(ZP_{pq})^0} \quad (11)$$

Una vez calculadas las corrientes de secuencia negativa y cero en el sistema, se calculan las corrientes de fase a, b, c transformando las corrientes del sistema 0, 1, 2 al sistema a, b, c.

$$\begin{bmatrix} I_{pq}^a \\ I_{pq}^b \\ I_{pq}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{pq}^0 \\ I_{pq}^1 \\ I_{pq}^2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

La matriz de transformación de secuencia a fase, donde  $a=1\angle 120^\circ$  se desarrolla en la literatura (Wagner and Evans, 1933; Clarke, 1943; Neuwander, 1971; Stevenson, 1982; Gross, 1986; Clover and Sarma, 1987). Los voltajes secuenciales se transforman a voltajes de fase de igual forma. De esta manera se completa el análisis de corto circuito. Es necesario, sin embargo, abundar un poco sobre la representación del sistema.

### Representación del sistema

Se indicó anteriormente que en el método presentado los generadores sincrónicos en el sistema se representan por su circuito equivalente (voltaje interno en serie con reactancia subtransitoria o transitoria).

Las líneas del sistema se representan por su circuito equivalente  $\pi$ , pero se pasan por alto las capacitancias a tierra por ser insignificantes en los cálculos de corto circuito. Igualmente ocurre con los transformadores, los cuales se consideran en su razón de transformación nominal. El circuito equivalente del transformador se muestra en la figura 12 (Clover and Sarma, 1987).

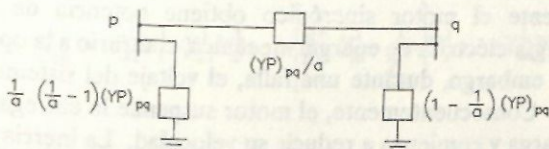


Figura 12 - Circuito equivalente de un transformador, razón de transformación a.

Si  $a=1$  (razón de transformación nominal) el circuito de secuencia positiva y negativa se reduce a:

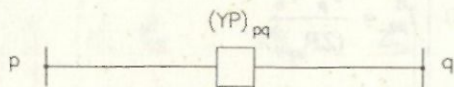


Figura 13 - Circuito equivalente de un transformador, razón de transformación nominal.

El circuito de secuencia cero del transformador depende del tipo de conexión de los devanados en el circuito primario y secundario (Wagner and Evans, 1933; Clarke, 1943; Neueswander, 1971; Stevenson, 1982; Gross, 1986; Clover and Sarma, 1987).

### Representación de cargas durante la falla

La forma en que responde la carga a cambios en voltaje puede representarse mediante una combinación de comportamiento de impedancia constante, corriente constante y MVA constante. El tipo MVA constante es el más severo ya que una baja en voltaje causa un aumento en corriente de carga.

Determinar el porcentaje de cada tipo en la combinación que representa la carga en cada nodo del sistema no es tarea fácil. Las cargas individuales pueden clasificarse en cargas estáticas y rotacionales. La clase estática consiste de equipos de calentamiento y alumbrado. Las diferentes características de estas cargas tienden a compensarse unas a otras resultando en un efecto combinado de impedancia constante. La clase rotacional consiste de motores sincrónicos y de inducción. En la modelación que se hace para estudios de corto circuito los motores sincrónicos y de inducción aportan corriente de falla al sistema, ello es, se comportan como generadores durante el corto período de falla, la que habrá de remover del sistema el equipo de protección.

Normalmente el motor sincrónico obtiene potencia de la línea y convierte la energía eléctrica en energía mecánica, contrario a la operación del generador. Sin embargo, durante una falla, el voltaje del sistema se reduce a un valor bajo. Consecuentemente, el motor suspende la entrega de energía mecánica a la carga y comienza a reducir su velocidad. La inercia de la carga y del rotor del motor continúan impulsando el motor convirtiéndolo en un generador que aporta corriente de corto circuito por varios ciclos luego de iniciarse la falla.

En el caso del motor de inducción la inercia de la carga y del rotor del motor tienen el mismo efecto que en el motor síncrono, impulsa el motor después de ocurrir la falla. Hay una diferencia principal: el motor de inducción no tiene devanado de excitación de corriente directa. Sin embargo, hay un flujo magnético en el motor de inducción durante su operación normal. Este actúa como el flujo magnético producido por el devanado de campo en el motor síncrono. La excitación del motor de inducción se produce mediante inducción del estator en lugar de producirla el devanado de corriente directa. El flujo magnético del rotor se mantiene normal mientras se le aplique al estator voltaje de una fuente externa. Si el voltaje de la fuente se reduce, como ocurre cuando hay un corto circuito en el sistema, el flujo magnético en el rotor no puede cambiar instantáneamente y, como el motor es impulsado por la inercia de las partes rotativas, se genera el voltaje en el devanado del estator, el cual causa un flujo de corriente de corto circuito hacia la falla hasta que el flujo del rotor decae a cero. El flujo se mantiene por alrededor de cuatro ciclos, lo suficiente para producir corriente de corto circuito que afecte la determinación de la capacidad interruptiva en dispositivos que operen en 1 o 2 ciclos luego de iniciarse la falla. Por ello deben considerarse en los análisis de corto circuito.

Las consideraciones anteriores indican que los motores síncronos y de inducción se representan igual que los generadores síncronos, mediante el equivalente de un voltaje interno en serie con la reactancia subtransitoria o transitoria, según el análisis deseado.

Las cargas estáticas, en ausencia de información más precisa sobre su comportamiento, pueden representarse como impedancias constantes. Esta alternativa tiene una desventaja desde el punto de vista computacional. La ecuación (3) expresa la corriente de fuente del nodo K en términos de los voltajes de secuencia positiva en los nodos, durante la falla, y los elementos de la fila k de la matriz de admitancia del sistema. La ecuación (4) expresa el elemento  $(Y_{kk})^1$ , la admitancia propia (driving point admittance) del nodo K del circuito de secuencia positiva. Si sustituimos la ecuación (4) en la ecuación (3) obtenemos:

$$I_{gk} = Y_{k1}^1 V_1^1 + Y_{k2}^1 V_2^1 + \dots + \left[ \sum_{i=1}^J Y_{ki}^1 + \frac{1}{Z_{Lk}} \right] V_k^1 + \dots + Y_{kn}^1 V_n^1$$

$Z_{Lk}$  es la impedancia de carga.

Cuando la carga del nodo k se representa como impedancia constante,  $Z_{Lk}$  se determina de las condiciones pre-falla y se mantiene en ese valor

durante el período de falla. Ello indica que en las matrices de secuencia positiva, negativa y cero del sistema se incluye la impedancia de carga en todo nodo con carga. Si se desea repetir el análisis de corto circuito para otra condición de carga pre-falla es necesario recalcular las matrices del sistema. Por el contrario, si se representa la carga como corriente constante, entonces:

$$I_{gk} = Y_{k1}^1 V_1^1 + Y_{k2}^1 V_2^1 + \dots + \sum_{i=1}^J Y_{ki}^1 V_k^1 + \frac{V_k^1}{Z_{Lk}} + \dots$$

pero

$$Z_{Lk} = \frac{V_k^1}{I_{Lk}}$$

$I_{Lk}$  es la corriente de carga que se determina con las condiciones pre-falla y se mantiene constante durante la falla, por lo cual:

$$I_{gk} = Y_{k1}^1 V_1^1 + Y_{k2}^1 V_2^1 + \dots + Y_{kk}^1 V_k^1 + I_{Lk} + \dots + Y_{kn}^1 V_n^1$$

donde  $Y_{kk}^1$  incluye la suma de todas las admitancias de líneas conectadas al nodo  $k$ , pero no incluye la carga. Pasando  $I_{Lk}$  a la izquierda, tenemos:

$$I_{gk} - I_{Lk} = Y_{k1}^1 V_1^1 + Y_{k2}^1 V_2^1 + \dots + Y_{kk}^1 V_k^1 + \dots + Y_{kn}^1 V_n^1$$

Esta ecuación indica que la carga se puede representar como una fuente negativa de corriente en la barra de carga, como se indica en la figura 14.

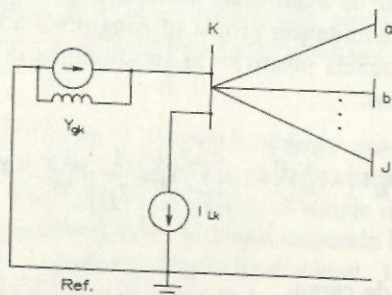


Figura 14 - Nodo general con la carga representada como un generador de corriente.

### Análisis de corto circuito considerando cargas

Las matrices del sistema no contienen impedancias de carga en este caso y solamente en el circuito de secuencia positiva representamos las corrientes de carga, como fuentes negativas de corriente, ya que antes de ocurrir la falla los circuitos secuenciales no están acoplados y no existen corrientes de carga en las circuitos de secuencia negativa y cero. No importa la condición de carga pre-falla, las matrices de secuencia positiva, negativa y cero se construyen solamente una vez.

En la representación de cargas como impedancias constantes, en el circuito de secuencia cero, aparece la impedancia de carga en cada nodo de carga, siempre que haya paso para la corriente de secuencia cero. Solamente las cargas conectadas a tierra cumplen este requisito. A continuación se ilustran las tres posibilidades:

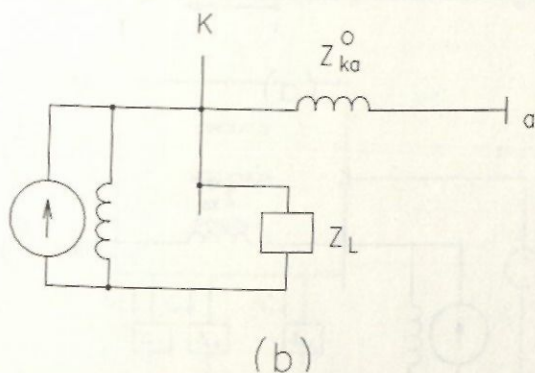
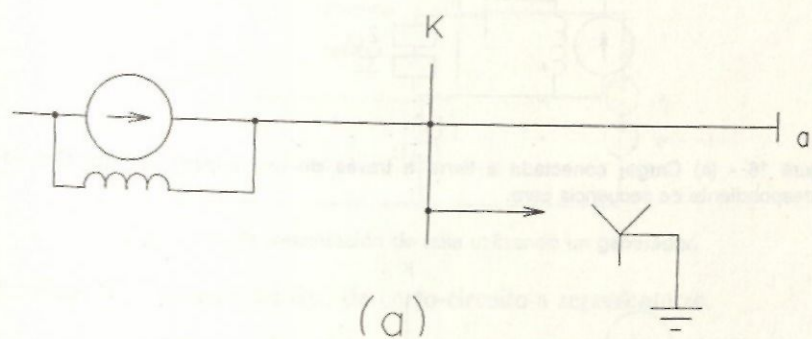


Figura 15 - (a) Carga conectada directamente a tierra. (b) Correspondiente circuito de secuencia cero.

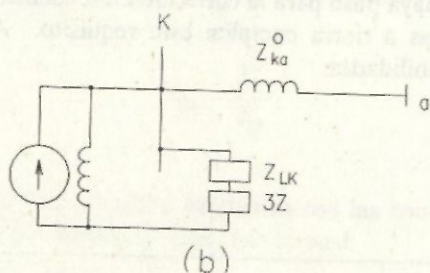
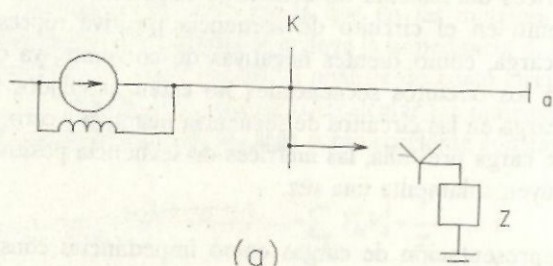


Figura 16 - (a) Carga conectada a tierra a través de una impedancia. (b) Circuito correspondiente de secuencia cero.

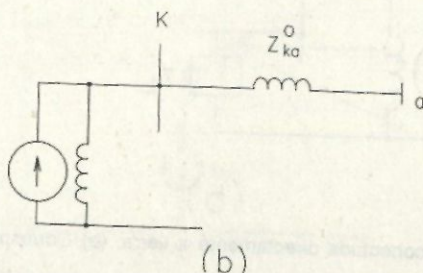
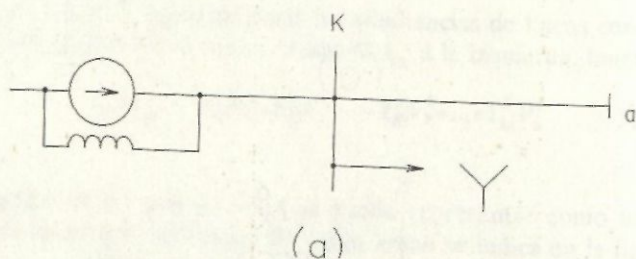


Figura 17 - (a) Carga no conectada a tierra. (b) Correspondiente circuito de secuencia cero.



Método del equivalente de Thévenin

El efecto de un corto circuito en el sistema de potencia eléctrica, tal como lo ilustraron las figuras 4 y 5, es cambiar el voltaje y la corriente en el punto de falla de  $V_f$  a  $V_f^1$  y de 0 a  $I_f^1$ , respectivamente. Para efectos del método de voltajes internos representamos la falla conectando una impedancia  $Z$ , cuyo valor depende del tipo de corto circuito, entre el punto  $f$  y la referencia en el circuito de secuencia positiva. También podemos representar el cambio en voltaje de  $V_f$  a  $V_f^1$ , conectando un generador con voltaje igual a  $(V_f^1 - V_f)$ , como indica la figura 18, representación que usamos para el método del equivalente de Thévenin.

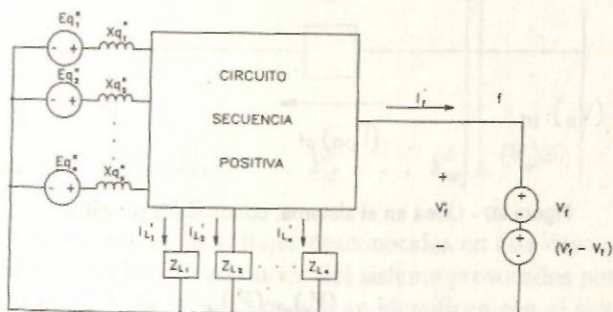


Figura 18 - Representación de falla utilizando un generador.

El voltaje  $V_f^1$  depende del tipo de corto-circuito a representarse.

El circuito de la figura 18 puede ser analizado mediante el método de superposición. Consideramos primero los generadores  $E_{g1}^{\prime\prime}, E_{g2}^{\prime\prime}, \dots, E_{gn}^{\prime\prime}$  y  $V_f^1$  (fig. 19):

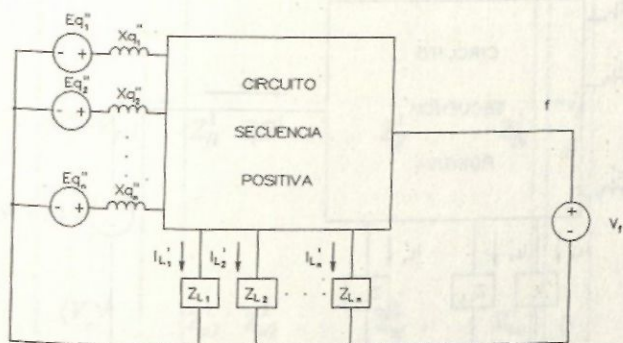


Figura 19 - Superposición - primer paso.

La ecuación de voltajes de nodos para este circuito es:

$$[I_g] = [Y^1] [V^1]$$

Siendo el voltaje en el punto de falla  $V_f$ , la solución de este sistema nos arroja las condiciones antes de la ocurrencia de la falla, es decir, el vector de fasores de voltaje  $[V^1]$  y las corrientes que se determinan en cualesquiera puntos del sistema son los obtenidos en el análisis pre-falla para cualquier línea entre los nodos  $p, q$  (fig. 20):

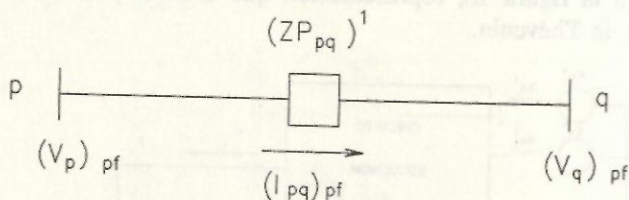


Figura 20 - Línea en el sistema, condiciones pre-falla.

$$(I_{pq})_{pf} = \frac{(V_p)_{pf} - (V_q)_{pf}}{(ZP_{pq})^1}$$

En el segundo paso, consideramos el generador ( $V_f^1 - V_f$ ) únicamente, y se reduce a cero todos los demás generadores (fig. 21).

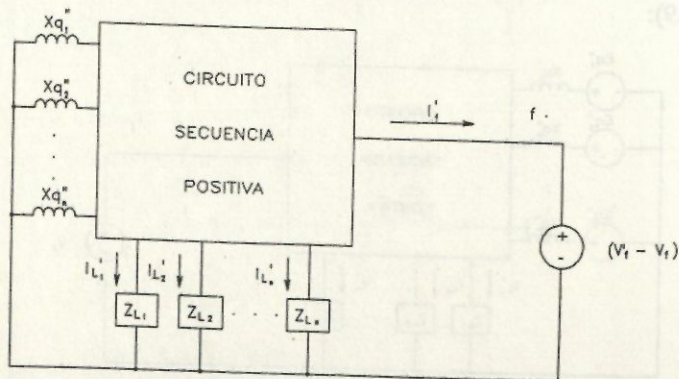


Figura 21 - Superposición - segundo paso.

La ecuación de este sistema.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ -I_f^1 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}^1 & Y_{12}^1 & \dots & Y_{1f}^1 & \dots & Y_{1n}^1 \\ Y_{21}^1 & Y_{22}^1 & \dots & Y_{2f}^1 & \dots & Y_{2n}^1 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \dots & \cdot \\ Y_{f1}^1 & Y_{f2}^1 & \dots & Y_{ff}^1 & \dots & Y_{fn}^1 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \dots & \cdot \\ Y_{n1}^1 & Y_{n2}^1 & \dots & Y_{nf}^1 & \dots & Y_{nn}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (V_1)\Delta \\ (V_2)\Delta \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (V_f^1 - V_f) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (V_n)\Delta \end{bmatrix}$$

El vector de fasores de voltajes desconocidos en este caso representan el cambio en los voltajes de cada nodo del sistema provocados por el cambio  $(V_f^1 - V_f)$  en el nodo de la falla  $f$ , por ello se identifican con el superscrito  $\Delta$ .

Pre-multiplicando por  $[Y^1]^{-1} = [Z^1]$

$$\begin{bmatrix} (V_1)\Delta \\ (V_2)\Delta \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (V_f^1 - V_f) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (V_n)\Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}^1 & Z_{12}^1 & \dots & Z_{1f}^1 & \dots & Z_{1n}^1 \\ Z_{21}^1 & Z_{22}^1 & \dots & Z_{2f}^1 & \dots & Z_{2n}^1 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \dots & \cdot \\ Z_{f1}^1 & Z_{f2}^1 & \dots & Z_{ff}^1 & \dots & Z_{fn}^1 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \dots & \cdot \\ Z_{n1}^1 & Z_{n2}^1 & \dots & Z_{nf}^1 & \dots & Z_{nn}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ -I_f^1 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix}$$

De este sistema de ecuaciones, puede observarse que la ecuación de voltaje para cualquier nodo  $i \neq f$  es:

$$(V_f)^\Delta = -I_f^1 Z_{ff}^1 \quad (13)$$

para el nodo f:

$$V_f^1 - V_f = -I_f^1 Z_{ff}^1 \quad (14)$$

en la figura 5 se indica que para el caso de falla línea-a-tierra

$$V_f^1 = I_f^1 (Z_{ff}^2 + Z_{ff}^0)$$

Substituyendo  $V_f^1$  en la ecuación (14)

$$I_f^1 (Z_{ff}^2 + Z_{ff}^0) - V_f = -I_f^1 Z_{ff}^1$$

$$I_f^1 (Z_{ff}^1 + Z_{ff}^2 + Z_{ff}^0) = V_f \quad (15)$$

$$I_f^1 = \frac{V_f}{Z_{ff}^1 + Z_{ff}^2 + Z_{ff}^0}$$

La ecuación (15) nos permite las siguientes interpretaciones: si determinamos el equivalente de Thévenin de cada uno de los circuitos secuenciales antes de ocurrir la falla obtenemos:

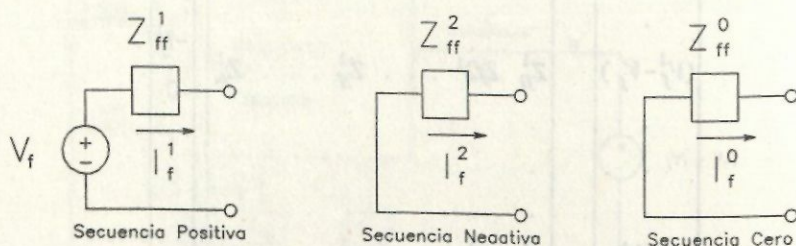


Figura 22 - Equivalentes de Thévenin de los circuitos secuenciales.

Conectando en serie los circuitos de la figura 22 por el punto f obtenemos el circuito de la figura 23.

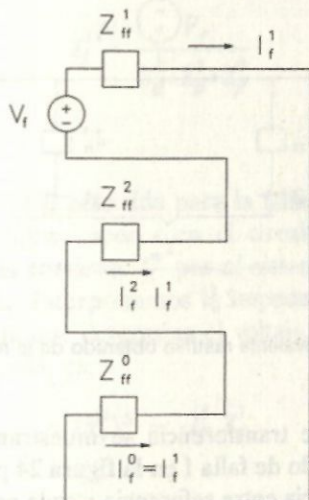


Figura 23 - Falla línea = a = tierra.

Escribiendo la ecuación de lazo para el circuito de la figura 23:

$$V_f - I_f^1 (Z_{ff}^1 + Z_{ff}^2 + Z_{ff}^0) = 0$$

$$I_f^1 = \frac{V_f}{Z_{ff}^1 + Z_{ff}^2 + Z_{ff}^0}$$

Las impedancias en la diagonal principal de las matrices de secuencia positiva, negativa y cero representan la impedancia que se ve desde cada nodo y referencia en cada circuito. Las impedancias fuera de la diagonal se denominan impedancias de transferencia. En el segundo paso del proceso de superposición que estamos analizando, la única corriente que fluye por el sistema es la corriente debido a la falla. La corriente  $I_f^1$  entra en cada circuito secuencial por el nodo de referencia y sale por el nodo de falla. A base de la ecuación (15) de  $I_f^1$  y de la ecuación matricial  $[V]^1 = [Z]^1 [I]^1$  podemos obtener un circuito equivalente asociado con la matriz de impedancia. Este equivalente se ha denominado en la literatura como el equivalente rastrillo (Stevenson, 1982; Gross, 1986; Clover and Sarma, 1987).

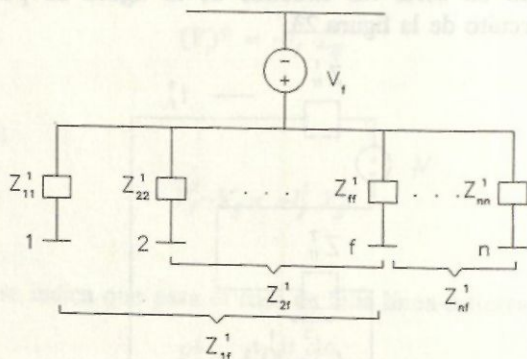


Figura 24 - Circuito equivalente rastrillo obtenido de la matriz de impedancia.

Las impedancias de transferencia se muestran únicamente entre los nodos del sistema y el nodo de falla  $f$  en la figura 24 para evitar confusión en el diagrama. La impedancia entre referencia y cada nodo  $i$  del sistema en  $Z_{ii}^1$ .

Los equivalentes rastrillo de las secuencias positiva, negativa y cero se conectan en serie, para la falla línea-a-tierra, al igual que los circuitos secuenciales originales (fig. 25).

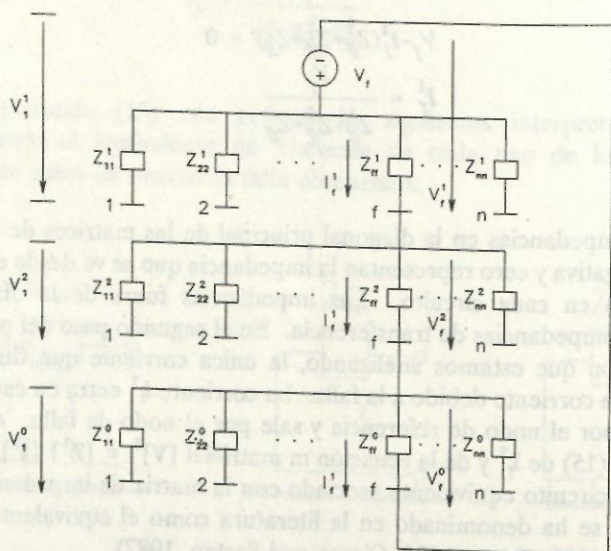


Figura 25 - Falla línea-a-tierra.

Si escribimos la ecuación de lazo para la conexión en serie de equivalentes rastrillos obtenemos:

$$I_f^1 = \frac{V_f}{Z_{ff}^1 + Z_{ff}^2 + Z_{ff}^0}$$

al igual que la ecuación (15) obtenida para la falla línea a tierra. Tenemos un voltaje  $(V_i^1)^\Delta$  a cualquier nodo  $i$  en el circuito de secuencia positiva. Como solamente fluye la corriente  $I_f^1$  por el sistema, este voltaje tiene que deberse a esta corriente. Interpretamos la impedancia de transferencia  $Z_{if}^1$  como aquella impedancia que determina el voltaje  $(V_i^1)^\Delta$  cuando fluye  $I_f^1$  a través del nodo de falla, ello es;

$$(V_i^1)^\Delta = -I_f^1 Z_{if}^1$$

De igual forma, interpretamos las impedancias de transferencia  $Z_{if}^2$  y  $Z_{if}^0$ . De manera que:

$$V_i^2 = -I_f^1 Z_{if}^2$$

$$V_i^0 = -I_f^1 Z_{if}^0$$

Estas son las ecuaciones (10) y (11) obtenidas anteriormente mediante las ecuaciones matriciales.

La ecuación (15) expresa la corriente de secuencia positiva que fluye hacia la falla  $I_f^1$  en término de las impedancias propias (driving point impedances) de las matrices de impedancias de nodos de secuencia positiva, negativa y cero. Una vez se obtiene esta corriente, se pueden obtener todos los voltajes del sistema mediante la ecuación (15). Con todos los voltajes de nodos y las impedancias en las líneas  $(Z_{P_{pq}})^1$  obtenemos las corrientes en todo el sistema, como se indica en la figura 26:

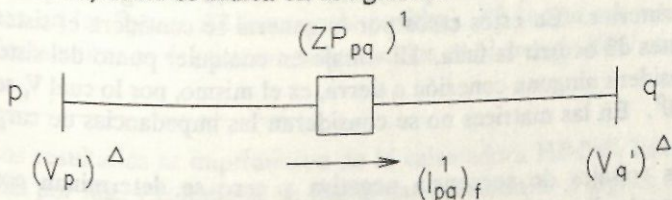


Figura 26 - Línea del sistema - corriente de falla.

$$(I_{pq}^1)_f = \frac{(V_p^1)^\Delta - (V_q^1)^\Delta}{(ZP_{pq})^1}$$

Estas corrientes representan las corrientes de falla, ello es, son causadas por el voltaje  $(V_p^1 - V_q^1)$ . Si se aplica el principio de superposición, la corriente durante la falla en cualquier línea pq es la suma de la corriente del paso 1, o sea, la corriente pre-falla y la corriente en el paso 2.

$$I_{pq}^1 = (I_{pq}^1)_{pf} + (I_{pq}^1)_f$$

$$I_{pq}^1 = \frac{(V_p^1)_{pf} - (V_q^1)_{pf}}{(ZP_{pq})^1} + \frac{(V_p^1)^\Delta - (V_q^1)^\Delta}{(ZP_{pq})^1}$$

$$I_{pq}^1 = \frac{(V_p^1)_{pf} + (V_p^1)^\Delta - [(V_q^1)_{pf} + (V_q^1)^\Delta]}{(ZP_{pq})^1}$$

Según la ecuación, una vez se obtengan los voltajes de nodos debido a la falla  $(V_i)^\Delta$  se puede aplicar el principio de superposición con los voltajes y luego calcular las corrientes, ello es:

$$V_p^1 = (V_p^1)_{pf} + (V_p^1)^\Delta$$

$$V_q^1 = (V_q^1)_{pf} + (V_q^1)^\Delta$$

$$I_{pq}^1 = \frac{V_p^1 - V_q^1}{(ZP_{pq})^1}$$

Al comienzo de este trabajo mencionamos que por lo general se calculan corrientes de falla únicamente, sin tomar en cuenta las corrientes pre-falla. De esta forma, el problema se reduce al segundo paso en la solución anterior. En estos casos por lo general se considera el sistema sin cargas antes de ocurrir la falla. El voltaje en cualquier punto del sistema, si no se considera ninguna conexión a tierra, es el mismo, por lo cual  $V_f$  se toma como  $1\angle 0^\circ$ . En las matrices no se consideran las impedancias de carga.

Los voltajes de secuencia negativa y cero se determinan como se indicara en la discusión del método de voltajes internos, ecuaciones (10) y (11), respectivamente.



Aplicación

Los métodos discutidos en la primera parte se ilustran analizando una falla línea-a-tierra en el nodo 5 del sistema de potencia eléctrica que se muestra en la figura A1.

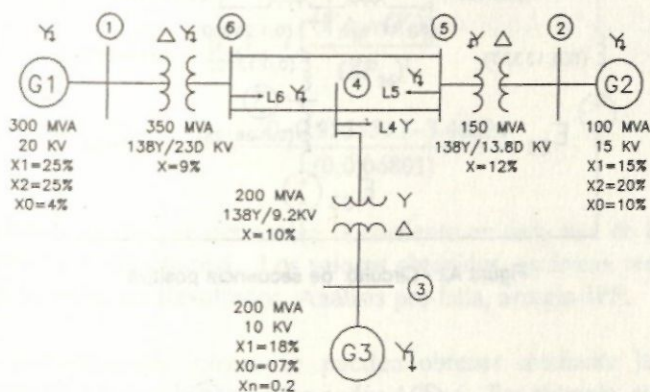


Figura A1 - Diagrama monolineal de un sistema de potencia eléctrica.

Se escogió la carga en los nodos 4, 5 y 6 para definir la condición de operación normal antes de ocurrir la falla. El nodo 1 se tomó como el nodo de oscilación mientras que los nodos 2 y 3 se definieron como nodos de control. Con estas condiciones se realizó un estudio de flujo de potencia con el programa de flujo de potencia, método Newton-Raphson (Sánchez del Río, 1991). El sistema se expresó en valores unitarios con la base de 200 MVA, 20 KV en el circuito del generador  $G_1$ .

El vector de fasores de voltajes de nodos, producto del estudio de flujo de potencia, se encuentra en la sección de Resultados, sub-sección de Análisis pre-falla, matriz VPF\*

Los circuitos secuenciales, sin incluir las impedancias de cargas, en valores unitarios en la misma base usada en el estudio de flujo de carga, se muestran en las figuras A2 (secuencia positiva), A3 (negativa) y A4, (cero). Los valores unitarios del sistema almacenados en el arreglo ZPU se muestran

\* Los resultados se imprimieron de la calculadora HP-28S. Las matrices se anotan por filas y columnas. Se indica una precisión de 5 dígitos decimales pero en los cálculos internos la calculadora usa una precisión de 12 dígitos decimales aproximadamente.

## en Resultados, Análisis pre-falla.

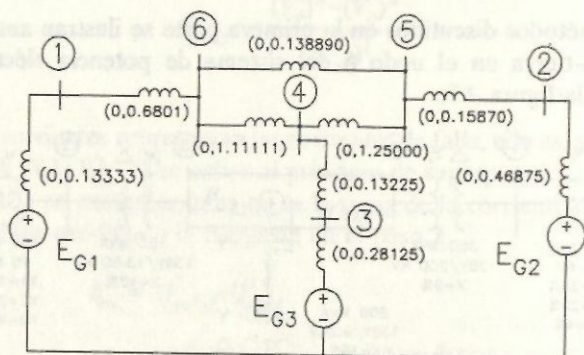


Figura A2 - Circuito de secuencia positiva.

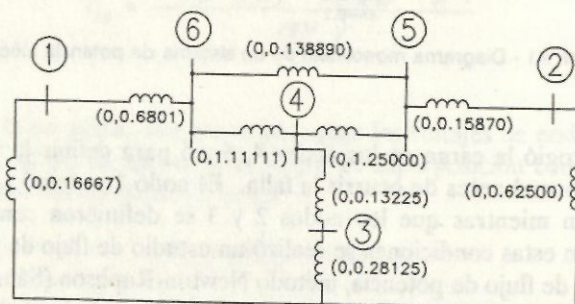


Figura A3 - Circuito de secuencia negativa.

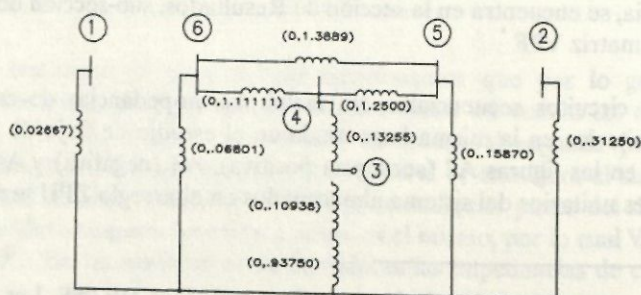


Figura A4 - Circuito de secuencia cero.

Análisis pre-falla

Este análisis se requiere en el método de voltajes internos para determinar las corrientes existentes en el sistema previo a la ocurrencia de la falla. Las corrientes en la línea 1-6 del sistema es la siguiente:

$$(I_{16})_{pf} = \frac{(V_1)_{pf} - (V_6)_{pf}}{(ZP_{16})^1}$$

$$(I_{16})_{pf} = \frac{1\angle 0 - 0.955559\angle -3.46824}{(0,0.06801)}$$

De forma similar, se determina la corriente en cada una de las líneas y transformadores del sistema. Los valores obtenidos, en forma rectangular y polar, se incluyen en Resultados, Análisis pre-falla, arreglo IPF.

Las corrientes de cargas se pueden obtener mediante la ley de corrientes de Kirkhoff aplicada en los nodos 4, 5 y 6. Por ejemplo, en el nodo 6:

$$(I_{L6})_{pf} = (I_{16})_{pf} - (I_{65})_{pf} - (I_{64})_{pf}$$

$$(I_{L6})_{pf} = (0.84995, -0.067873) - (-0.02973, -0.06115) - (-0.13318, -0.03204)$$

$$(I_{L6})_{pf} = (1.01285, -0.58554)$$

El arreglo IL en la sección Resultados, Análisis pre-falla, muestra las corrientes de carga antes de ocurrir la falla.

Los voltajes internos en los tres generadores se determinan mediante la aplicación de la ley de voltajes de Kirkhoff. Como ejemplo, para el generador G<sub>1</sub>:

$$(E_{g1})'' - (I_{16})_{pf}(0,0.13333) - (V_1)_{pf} = 0$$

$$(E_{g1})'' = 1\angle 0 + (0.84955, -0.67873)(0,0.13333)$$

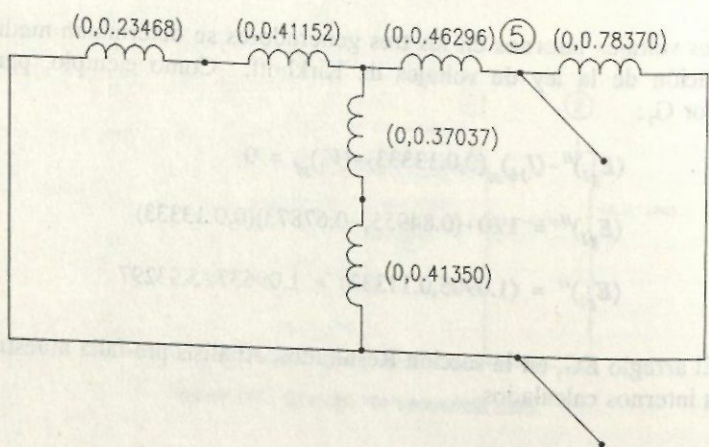
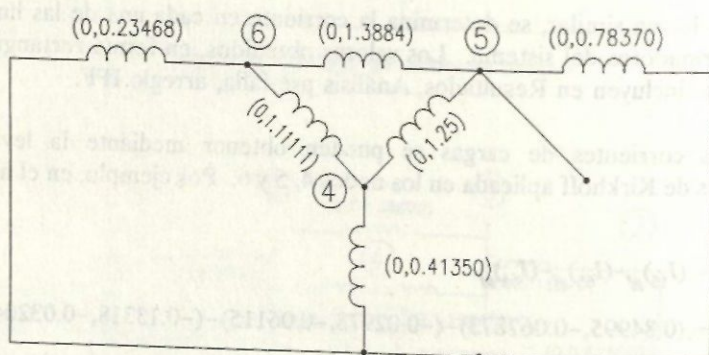
$$(E_{g1})'' = (1.0905, 0.11333) = 1.09637\angle 5.93297$$

El arreglo EG, en la sección Resultados, Análisis pre-falla muestra los voltajes internos calculados.

## Reducción de los circuitos de secuencia negativa y cero

Las impedancias vistas desde el nodo 5 y referencia en los circuitos de secuencia negativa y cero, determinan la impedancia equivalente entre los terminales. A continuación se muestra la reducción, los valores correspondientes se muestran en la sección Resultados, sub-sección VI-KI, arreglos Z2R y Z0R.

## Circuito de secuencia negativa



*Análisis de corto circuito considerando cargas*

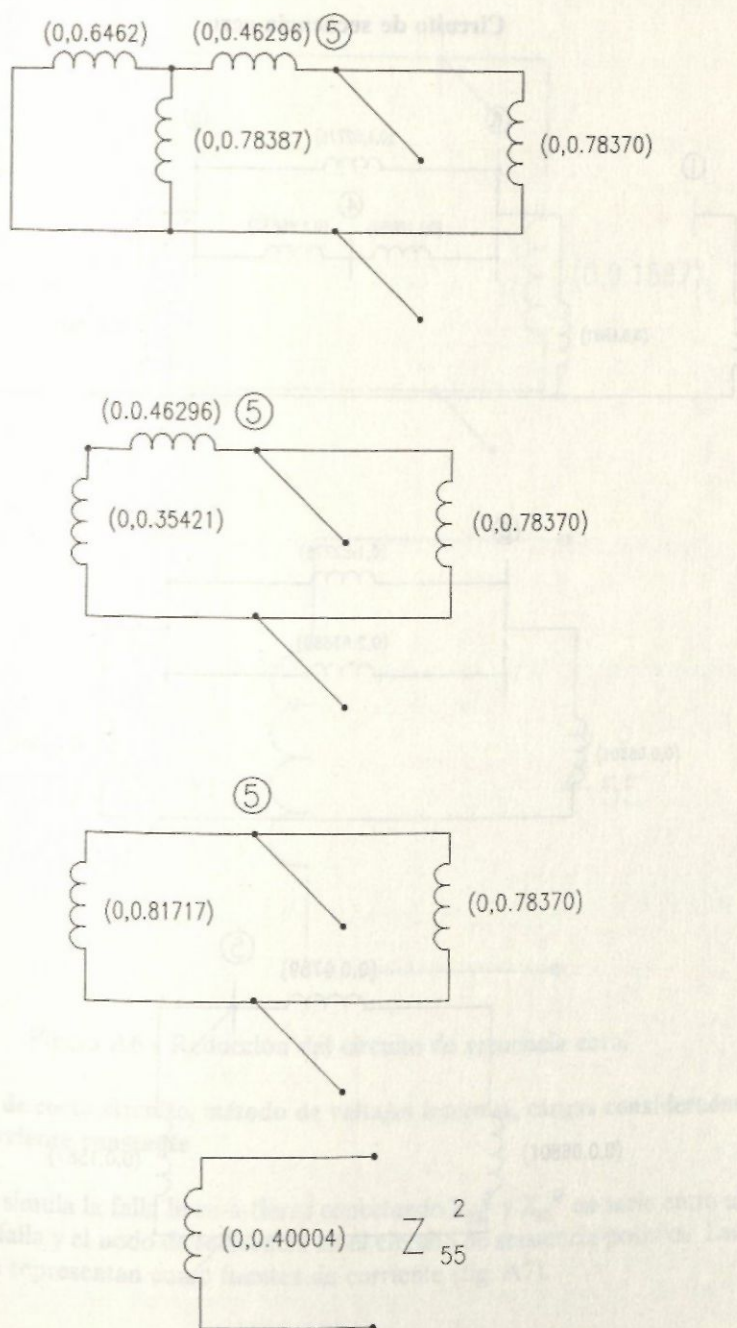
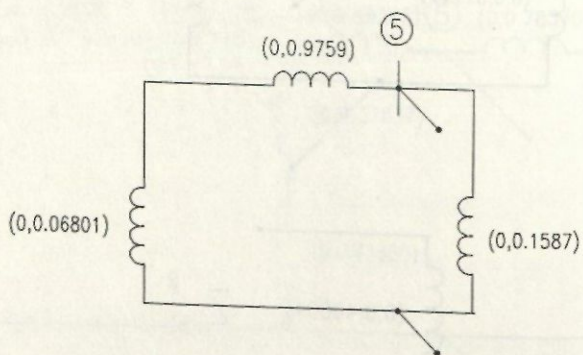
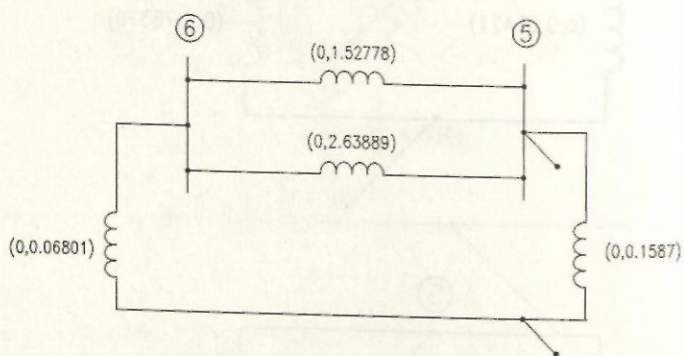
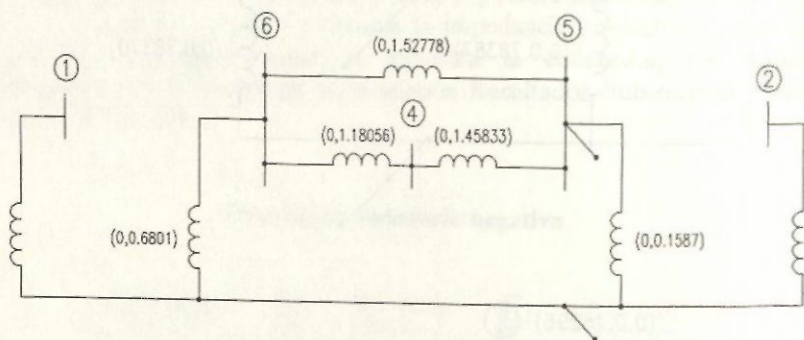


Figura A5 - Reducción del circuito de secuencia negativa.

Circuito de secuencia cero



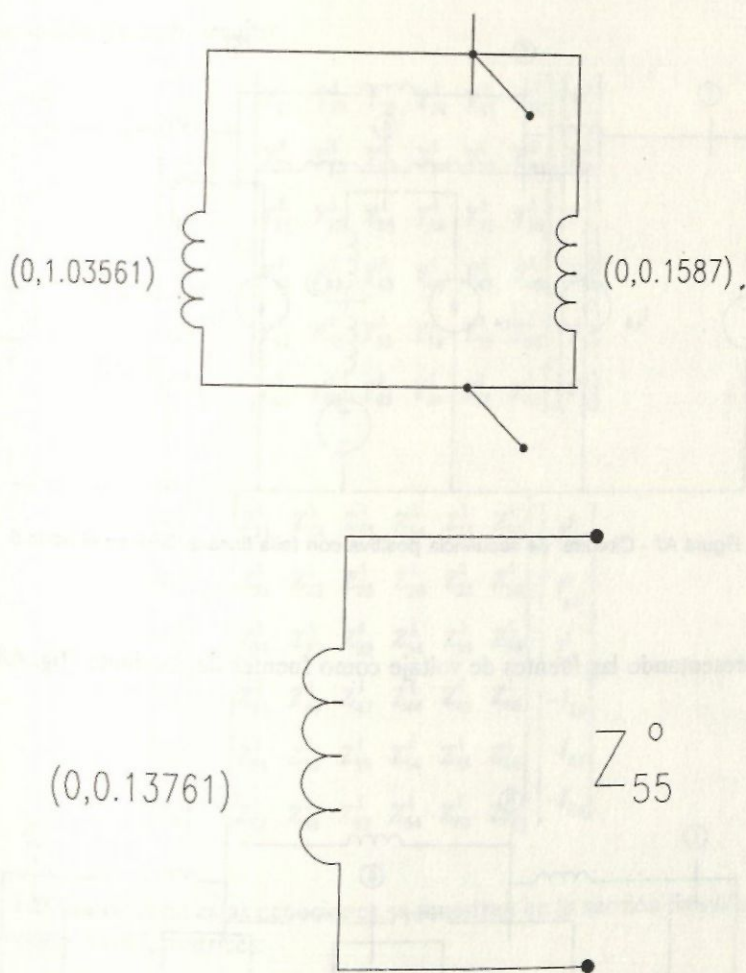


Figura A6 - Reducción del circuito de secuencia cero.

**Análisis de corto circuito, método de voltajes internos, cargas consideradas como corriente constante**

Se simula la falla línea-a-tierra conectando  $Z_{55}^2$  y  $Z_{55}^0$  en serie entre el nodo de falla y el nodo de referencia en el circuito de secuencia positiva. Las cargas se representan como fuentes de corriente (fig. A7).

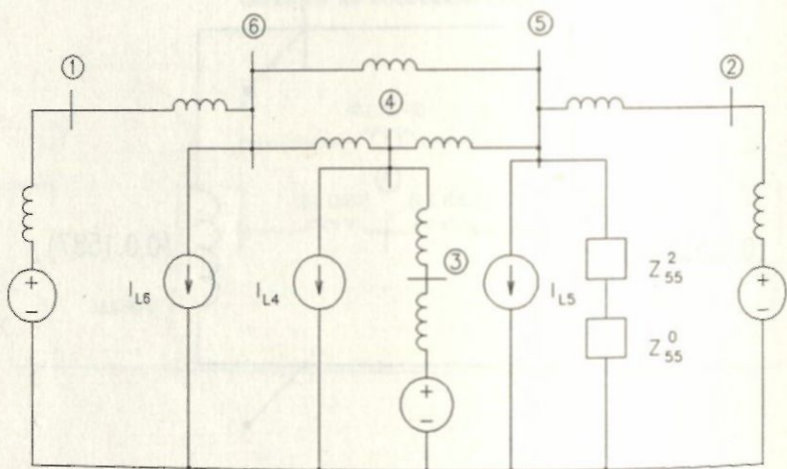


Figura A7 - Circuito de secuencia positiva con falla línea-a-tierra en el nodo 5.

Representando las fuentes de voltaje como fuentes de corriente (fig. A8).

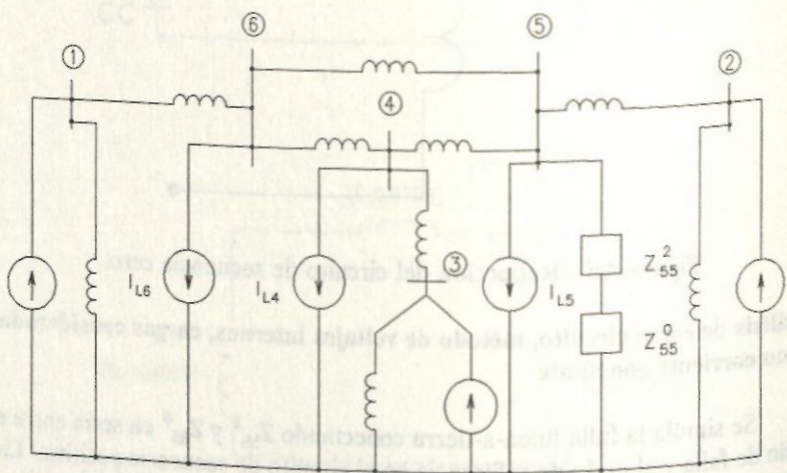


Figura A8 - Circuito de secuencia positiva con falla línea-a-tierra, fuentes representadas como generadores de corriente.



La ecuación de este circuito:

$$\begin{bmatrix} I_{g1}^1 \\ I_{g2}^1 \\ I_{g3}^1 \\ -I_{L4} \\ -I_{L5} \\ -I_{L6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}^1 & Y_{12}^1 & Y_{13}^1 & Y_{14}^1 & Y_{15}^1 & Y_{16}^1 \\ Y_{21}^1 & Y_{22}^1 & Y_{23}^1 & Y_{24}^1 & Y_{25}^1 & Y_{26}^1 \\ Y_{31}^1 & Y_{32}^1 & Y_{33}^1 & Y_{34}^1 & Y_{35}^1 & Y_{36}^1 \\ Y_{41}^1 & Y_{42}^1 & Y_{43}^1 & Y_{44}^1 & Y_{45}^1 & Y_{46}^1 \\ Y_{51}^1 & Y_{52}^1 & Y_{53}^1 & Y_{54}^1 & Y_{55}^1 & Y_{56}^1 \\ Y_{61}^1 & Y_{62}^1 & Y_{63}^1 & Y_{64}^1 & Y_{65}^1 & Y_{66}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^1 \\ V_2^1 \\ V_3^1 \\ V_4^1 \\ V_5^1 \\ V_6^1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1^1 \\ V_2^1 \\ V_3^1 \\ V_4^1 \\ V_5^1 \\ V_6^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}^1 & Z_{12}^1 & Z_{13}^1 & Z_{14}^1 & Z_{15}^1 & Z_{16}^1 \\ Z_{21}^1 & Z_{22}^1 & Z_{23}^1 & Z_{24}^1 & Z_{25}^1 & Z_{26}^1 \\ Z_{31}^1 & Z_{32}^1 & Z_{33}^1 & Z_{34}^1 & Z_{35}^1 & Z_{36}^1 \\ Z_{41}^1 & Z_{42}^1 & Z_{43}^1 & Z_{44}^1 & Z_{45}^1 & Z_{46}^1 \\ Z_{51}^1 & Z_{52}^1 & Z_{53}^1 & Z_{54}^1 & Z_{55}^1 & Z_{56}^1 \\ Z_{61}^1 & Z_{62}^1 & Z_{63}^1 & Z_{64}^1 & Z_{65}^1 & Z_{66}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{g1}^1 \\ I_{g2}^1 \\ I_{g3}^1 \\ -I_{L4} \\ -I_{L5} \\ -I_{L6} \end{bmatrix}$$

Las matrices de estas ecuaciones se muestran en la sección Resultados, sub-sección VI-KI, matrices:

CM	-	matriz $[I_g]$
YBP	-	matriz $[Y^1]$
ZBP	-	matriz $[Z^1]$

El elemento propio en el nodo de falla 5 incluye la admitancia  $1/[(Z_{55}^1)^2 + (Z_{55}^0)]$ . El vector de fasores resultante  $[V^1]$  se muestra en la matriz VF. Estos son los voltajes de secuencia positiva durante la falla. Las corrientes de secuencia positiva durante la falla se determinan de la forma que calculamos la corriente  $(I_{L6})^1$  a continuación:

$$(I_{16})^1 = \frac{V_1^1 - V_6^1}{(ZP_{16})^1}$$

$$(I_{16})^1 = \frac{(0.96807, 0.00061) - (0.90561, -0.05684)}{(0, 0.06801)}$$

$$(I_{16})^1 = (0.84539, -0.91824) = 1.24814 \angle -47.36525$$

Luego de calcular las corrientes en todas las líneas y transformadores, determinamos la corriente que fluye a la falla mediante la aplicación de la ley de corriente de Kirchoff en el nodo 5, esto es:

$$(I_{65})^1 + (I_{25})^1 + (I_{45})^1 - I_{L5} - I_5^1 = 0$$

$$I_5^1 = (I_{65})^1 + (I_{25})^1 + (I_{45})^1 - I_{L5}$$

$$I_5^1 = (-0.01855, -0.97561) = 0.97579 \angle -91.08941$$

Los valores de todas las corrientes de secuencia positiva se muestran en el arreglo PFC en la sección Resultados, Sub-sección VI-KI.

#### Corrientes de secuencia negativa durante la falla.

Se calculan estas corrientes distribuyendo la corriente  $(I_5)^1$  a través del circuito negativo, o como se indicó en la primera parte, conectando un generador de corriente en dirección al nodo de referencia, esto es:

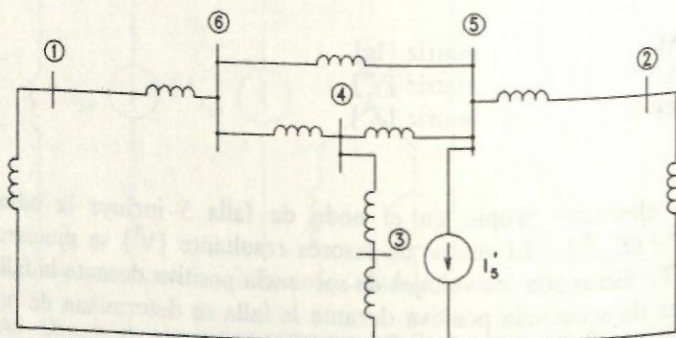


Figura A9 - Circuito de secuencia negativa durante la falla.

Resolviendo este circuito:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -I_3' \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}^2 & Y_{12}^2 & Y_{13}^2 & Y_{14}^2 & Y_{15}^2 & Y_{16}^2 \\ Y_{21}^2 & Y_{22}^2 & Y_{23}^2 & Y_{24}^2 & Y_{25}^2 & Y_{26}^2 \\ Y_{31}^2 & Y_{32}^2 & Y_{33}^2 & Y_{34}^2 & Y_{35}^2 & Y_{36}^2 \\ Y_{41}^2 & Y_{42}^2 & Y_{43}^2 & Y_{44}^2 & Y_{45}^2 & Y_{46}^2 \\ Y_{51}^2 & Y_{52}^2 & Y_{53}^2 & Y_{54}^2 & Y_{55}^2 & Y_{56}^2 \\ Y_{61}^2 & Y_{62}^2 & Y_{63}^2 & Y_{64}^2 & Y_{65}^2 & Y_{66}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^2 \\ V_2^2 \\ V_3^2 \\ V_4^2 \\ V_5^2 \\ V_6^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1^2 \\ V_2^2 \\ V_3^2 \\ V_4^2 \\ V_5^2 \\ V_6^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}^2 & Z_{12}^2 & Z_{13}^2 & Z_{14}^2 & Z_{15}^2 & Z_{16}^2 \\ Z_{21}^2 & Z_{22}^2 & Z_{23}^2 & Z_{24}^2 & Z_{25}^2 & Z_{26}^2 \\ Z_{31}^2 & Z_{32}^2 & Z_{33}^2 & Z_{34}^2 & Z_{35}^2 & Z_{36}^2 \\ Z_{41}^2 & Z_{42}^2 & Z_{43}^2 & Z_{44}^2 & Z_{45}^2 & Z_{46}^2 \\ Z_{51}^2 & Z_{52}^2 & Z_{53}^2 & Z_{54}^2 & Z_{55}^2 & Z_{56}^2 \\ Z_{61}^2 & Z_{62}^2 & Z_{63}^2 & Z_{64}^2 & Z_{65}^2 & Z_{66}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -I_3^1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

En este caso no aparecen corrientes de carga, ya que antes de ocurrir la falla la corriente de secuencia negativa de la carga era cero. Como las cargas se tratan como corrientes constantes, la corriente durante la falla en el circuito de secuencia negativa es también cero.

En la sección de Resultados se muestran las matrices de las ecuaciones anteriores, vea Resultados, sub-sección VI-KI:

- YBN - matriz de admitancias de nodo de secuencia negativa.
- ZBN - matriz de impedancia de nodo de secuencia negativa.
- VN - vector de fasores de voltajes de secuencia negativa durante la falla.
- CN - vector de fasores de corrientes de fuentes de secuencia negativa.

Las corrientes negativas para cualquier línea entre los nodos pq se calculan:

$$(I_{pq})^2 = \frac{(V_p)^2 - (V_q)^2}{(ZP_{pq})^2}$$

y se muestran en Resultados, Sub-sección VI-KI, arreglo NFC.

El circuito de secuencia cero se analiza igual que el circuito de secuencia negativa.

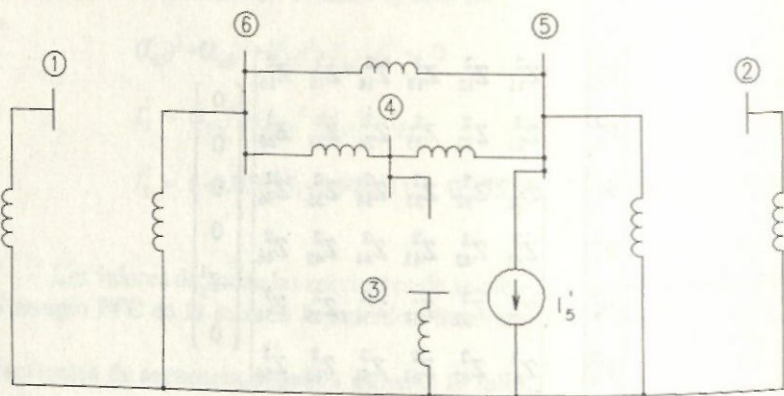


Figura A10 - Circuito de secuencia cero durante la falla.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -I_5^1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}^0 & Y_{12}^0 & Y_{13}^0 & Y_{14}^0 & Y_{15}^0 & Y_{16}^0 \\ Y_{21}^0 & Y_{22}^0 & Y_{23}^0 & Y_{24}^0 & Y_{25}^0 & Y_{26}^0 \\ Y_{31}^0 & Y_{32}^0 & Y_{33}^0 & Y_{34}^0 & Y_{35}^0 & Y_{36}^0 \\ Y_{41}^0 & Y_{42}^0 & Y_{43}^0 & Y_{44}^0 & Y_{45}^0 & Y_{46}^0 \\ Y_{51}^0 & Y_{52}^0 & Y_{53}^0 & Y_{54}^0 & Y_{55}^0 & Y_{56}^0 \\ Y_{61}^0 & Y_{62}^0 & Y_{63}^0 & Y_{64}^0 & Y_{65}^0 & Y_{66}^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^0 \\ V_2^0 \\ V_3^0 \\ V_4^0 \\ V_5^0 \\ V_6^0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1^0 \\ V_2^0 \\ V_3^0 \\ V_4^0 \\ V_5^0 \\ V_6^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}^0 & Z_{12}^0 & Z_{13}^0 & Z_{14}^0 & Z_{15}^0 & Z_{16}^0 \\ Z_{21}^0 & Z_{22}^0 & Z_{23}^0 & Z_{24}^0 & Z_{25}^0 & Z_{26}^0 \\ Z_{31}^0 & Z_{32}^0 & Z_{33}^0 & Z_{34}^0 & Z_{35}^0 & Z_{36}^0 \\ Z_{41}^0 & Z_{42}^0 & Z_{43}^0 & Z_{44}^0 & Z_{45}^0 & Z_{46}^0 \\ Z_{51}^0 & Z_{52}^0 & Z_{53}^0 & Z_{54}^0 & Z_{55}^0 & Z_{56}^0 \\ Z_{61}^0 & Z_{62}^0 & Z_{63}^0 & Z_{64}^0 & Z_{65}^0 & Z_{66}^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -I_5^1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Las matrices **YBO**, **ZBO** en Resultados, sub-sección VI-KI, muestran las matrices de secuencia cero. **VO** es el vector de fasores de voltajes de nodo de secuencia cero durante la falla. El arreglo **ZFC** muestra las corrientes de secuencia cero a través del sistema.

Las corrientes de fase durante la falla se determinan transformando las corrientes secuenciales mediante la ecuación:

$$\begin{bmatrix} I^a \\ I^b \\ I^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I^0 \\ I^1 \\ I^2 \end{bmatrix}$$

$$a = 1 \angle 120^\circ, \quad a^2 = 1 \angle 240^\circ.$$

Como ejemplo, las corrientes de fase a través del transformador T1 son:

$$\begin{bmatrix} (I_{16})^a \\ (I_{16})^b \\ (I_{16})^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (I_{16})^0 \\ (I_{16})^1 \\ (I_{16})^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (I_{16})^a \\ (I_{16})^b \\ (I_{16})^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (0,0) \\ (0.84539, -0.91824) \\ (-0.00498, -0.26174) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (I_{16})^a \\ (I_{16})^b \\ (I_{16})^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0.84041, -1.18003) \\ (-0.98871, -0.14643) \\ (0.14824, 1.32646) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.44871 \angle -54.54166 \\ 0.99949 \angle -171.57576 \\ 1.33472 \angle 83.62106 \end{bmatrix}$$

Vea Resultados, VI-KI, Corrientes de fase durante falla, que incluye las corrientes a través de todo el sistema.

#### Método de Thévenin, cargas del tipo de corrientes constantes

Se determinan las matrices de admitancias secuenciales YB1, YB2 y YB0 y las correspondientes inversas ZB1, ZB2 y ZB0. La matriz YB1 y su correspondiente inversa ZB1 difieren de las correspondientes matrices de admitancia e impedancia para el circuito de secuencia positiva obtenida en el método de voltajes internos. La diferencia se debe a que el elemento propio del nodo de falla,  $(Y_{55})^1$  en este caso, no incluye el término  $1/[(Z_{55})^2 + (Z_{55})^0]$  como en el caso anterior. Las matrices para los circuitos de secuencia negativa y cero son exactamente iguales a las del primer método. Se muestran las matrices en Resultados, sub-sección T-KI (YB1, YB2, YB0, ZB1, ZB2 y ZB0).

La corriente  $(I_5)^1$  se calcula según la ecuación (15), ver I5P, Resultados, T-KI. Sustituyendo en la ecuación matricial (13), donde  $[I_0]$  es la matriz mostrada en los Resultados, T-KI, matriz [I]. Resolviendo la ecuación (13), se obtiene el vector de fasores de los cambios en voltaje de secuencia positiva, vea Resultados, sub-sección T-KI, matriz VP.

Realizando la superposición de voltajes, ecuación (18):

$$[VPF] = [VP] + [V]_{pf}$$

VFP es el vector de fasores de voltajes de secuencia positiva en cada nodo del sistema durante la falla. Esos voltajes deben ser iguales a los obtenidos por el método de voltajes internos (VF en Resultados, VI-KI).

A partir de este punto el análisis procede en la misma forma que en el método de voltajes internos. Se determinan las corrientes de secuencia positiva, mostradas en el arreglo PCFM, sección Resultados, T-KI. Resolviendo la ecuación (8) se obtienen los voltajes de secuencia negativa del sistema (Resultados, T-KI, matriz V2). Similarmente, resolviendo el sistema

de secuencia cero, ecuación (11), se determinan los voltajes de secuencia cero del sistema (Resultados, T-KI, matriz V0). Los arreglos NFCM y ZFCM (Resultados, T-KI) muestran las corrientes obtenidas, de secuencia negativa y secuencia cero, respectivamente. Las corrientes secuenciales se transforman a corrientes trifásicas, mostradas en el conjunto de matrices  $I_{pq}$  (Resultados, T-KI). Para simular una falla línea-a-tierra en cualquier otro nodo f del sistema bajo la misma, u otra condición de carga, se calcula la corriente de falla  $I_f^1$ , ecuación (15). Las matrices secuenciales ZB1, ZB2 y ZB0 son exactamente las mismas ya calculadas. Para distintas condiciones de carga es necesario efectuar el estudio de flujo de carga para obtener el vector de fasores de voltajes pre-falla.

### Método Thévenin, cargas del tipo de impedancias constantes

La figura A11 muestra el circuito de secuencia positiva con la falla línea-a-tierra en el nodo 5, a usarse en el segundo paso del proceso de superposición.

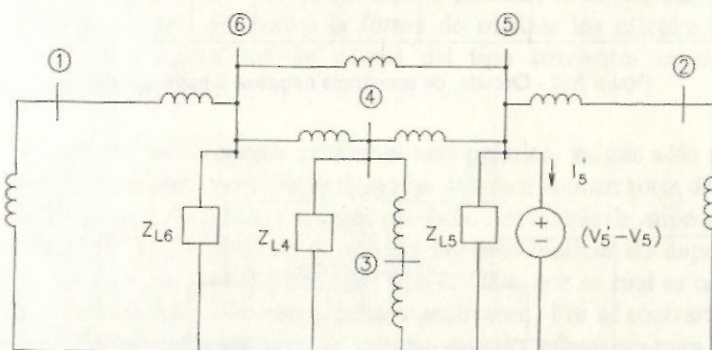


Figura A11 - Circuito de secuencia positiva, cargas del tipo impedancias constantes, falla en el nodo 5.

Las cargas aparecen representadas en el circuito como impedancias en paralelo. El valor de estas impedancias se determina de las condiciones pre-falla y se mantiene constante durante las variaciones de voltajes en los respectivos nodos, como consecuencia de la falla. De manera que las matrices secuenciales del sistema, incluyen la admitancia de carga en los elementos propios de los nodos de carga.

Se muestran las matrices de admitancias e impedancias secuenciales para el sistema de ejemplo en Resultados, sub-sección T-KZ:

- YBP,ZBP - secuencia positiva
- YBN,ZBN - secuencia negativa
- YB0,ZB0 - secuencia cero

Las figuras A12 y A13 muestran los circuitos de secuencia negativa y de secuencia cero.

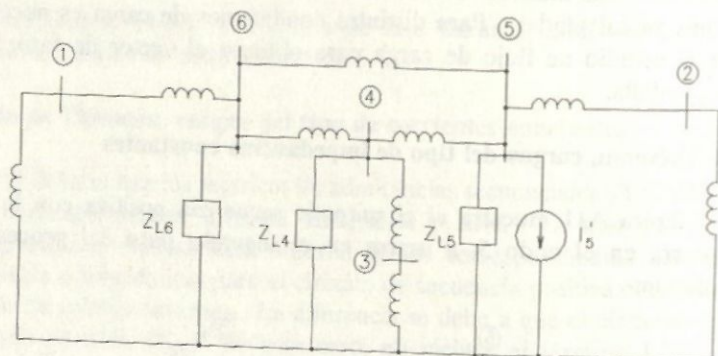


Figura A12 - Circuito de secuencia negativa durante la falla.

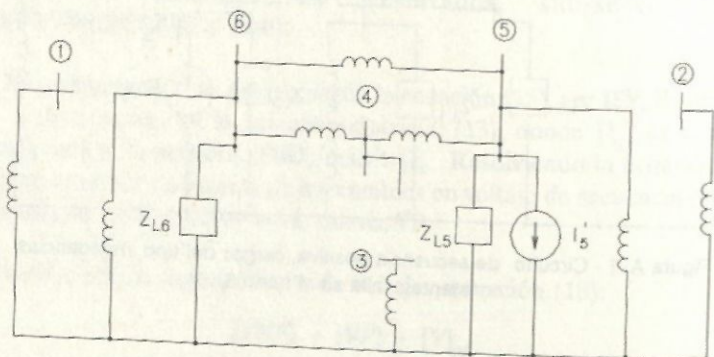


Figura A13 - Circuito de secuencia cero durante la falla.

La impedancia de carga del nodo 4 no aparece en el circuito de secuencia cero ya que esta carga no está conectada a tierra por lo cual no provee paso para las corrientes de secuencia cero.

Resolviendo los circuitos secuenciales mediante las ecuaciones matriciales obtenemos los voltajes secuenciales y las corrientes secuenciales



a través del sistema. Se muestran los resultados obtenidos en la sección Resultados, sub-sección T-KZ:

CN	Corrientes de fuentes secuencia positiva
VPM	Fasores de cambios de voltajes de secuencia positiva
VFP	Fasores de voltajes de secuencia positiva durante la falla
CP	Arreglo de corrientes de secuencia positiva durante la falla
VN	Voltajes de secuencia negativa
CCN	Corrientes de secuencia negativa
V0	Voltajes de secuencia cero
CZ	Corrientes de secuencia cero
$I_{pq}$	Conjunto de matrices de corrientes trifásicas en el sistema durante la falla

### Conclusiones

Hemos presentado los métodos de voltajes internos y de Thévenin para el análisis de corto-circuito en un sistema de potencia eléctrica, considerando corrientes de carga. Se ilustró la forma de realizar los cálculos en cada método, para los modelos de cargas del tipo corrientes constantes e impedancias constantes.

El método de Thévenin resulta el más práctico, ya que solo requiere determinar los cambios en voltajes de nodos debido a la ocurrencia de la falla, a los cuales se superponen los voltajes pre-falla. La matriz de impedancia de secuencia positiva en el método de voltajes internos contiene las impedancias de falla. El valor de ésta depende del tipo de falla, por lo cual es necesario calcular la matriz para diferentes fallas a analizarse. Por el contrario, en el método de Thévenin las matrices se calculan una vez solamente para analizar distintos tipos de falla. Cuando las cargas son del tipo de impedancias constantes, las matrices secuenciales tienen que ser calculadas para cada condición de carga a considerarse.

En los cálculos del ejemplo se determinaron las matrices de impedancias para los circuitos secuenciales invirtiendo la matriz de admitancias. En sistemas de potencia reales el número de nodos representados pueden ser de varios centenares. No es práctico el proceso de invertir matrices de admitancias. En estos casos se puede usar algoritmos para calcular matrices de impedancias directamente. (Stevenson, 1982; Gross, 1986; Clover and Sarma, 1987).

Referencias

Clarke, Edith, 1943, *Circuit Analysis of A-C Power Systems*, John Wiley & Sons.

Clover & Sarma, 1987, *Power Systems Analysis and Design*, PWS Publishers.

Gross, Charles A., 1986, *Power Systems Analysis*, John Wiley & Sons.

Neueswander, John R., 1971, *Modern Power Systems*, International Textbook Co.

Sánchez del Río, A., 1991, "Programa Para Análisis de Flujo de Potencia para Calculadora HP-28S", *Revista de la Universidad Politécnica de Puerto Rico*, Vol. 1, Núm. 1, Junio, páginas 17-39.

Stevenson, William D., 1982, *Elements of Power Systems Analysis*, 4th. Edition, McGraw Hill Book Co.

Wagner and Evans, 1933, *Symmetrical Components*, McGraw Hill Book Co.