

Modelaje matemático y simulación computadorizada del enfriamiento natural de una vivienda en Puerto Rico

*Manuel Bardález Alvarado, P.E., MSME
Profesor asociado*

Sinopsis

La planificación de viviendas de interés social desarrolladas e implantadas por el gobierno de Puerto Rico en la década de los setenta optimiza básicamente los aspectos económicos. Sin embargo, lamentablemente, se soslayó un aspecto muy importante en la relación intrínseca del habitante con su medio ambiente: el grado de confort termal de los usuarios y las implicaciones económicas que conlleva alcanzar este grado de confort.

Las viviendas de hormigón armado construidas en muchos pueblos de la isla a un costo aproximado entre \$10,000 y \$15,000 tienen 8 pies de altura entre el piso y el techo, paredes de 4.5 pulgadas de espesor y techo de 5 pulgadas de espesor. Los habitantes de estas viviendas tuvieron que hacer inversiones adicionales para lograr un ambiente con un grado de confort aceptable.

El enfriamiento natural de viviendas económicas puede representar una alternativa de solución viable y real a la creciente demanda de energía eléctrica para acondicionamiento de aire y ventilación mecánica en estas viviendas. Este trabajo de investigación analiza el enfriamiento natural de viviendas de bajo costo que reciben intensa radiación solar durante todo el año en zonas tropicales y en particular en Puerto Rico. El estudio toma como modelo una vivienda de una urbanización típica construida por el gobierno de Puerto Rico en una localidad de la isla. El modelo escogido pertenece al Proyecto Habitacional Río Cristal de la ciudad de Mayaguez.

BRINTECA UPR

Abstract

The planning of social interest housing developed by the government of Puerto Rico during the sixties basically optimizes the economic aspects. Although, unfortunately, they shun a very important aspect in the intrinsic relationship between the habitant and his habitat (environment): the degree of thermal comfort of the users and the economic implications that bears to reach this comfort.

The reinforced concrete housing unit built in many island towns has an approximate cost between \$10,000 and \$15,000. It is 8 feet high, from floor to ceiling, and its walls and ceiling are 4.5 and 5 inches thick, respectively. The dwellers of this type of housing had to make additional investments to achieve an acceptable degree of comfort.

The natural cooling of residential dwelling-housing is an alternative to the growing demands of electric power for the air conditioning and mechanic ventilation of this type of housing. This paper presents the results of a research study to analyze the natural cooling of dwelling-housing that receives intense solar radiation year-round in tropical areas, particularly in Puerto Rico. The model for the study is a typical city planning unit built by the government of Puerto Rico. The selected unit is part of the Proyecto Habitacional Río Cristal of Mayaguez.

Introducción

La simulación dinámica del comportamiento termal de la vivienda se desarrolla usando tres modelos. Como modelo 1 se considera la vivienda original sin modificaciones. El modelo 2 consta de la vivienda original con paneles de sombra a una altura de 8 pulgadas que cubren todo su techo. El modelo 3 es la vivienda original con una capa de material aislante térmico adherida a la superficie interior del techo. En el análisis dinámico de los modelos se consideran las cinco habitaciones de cada unidad de vivienda.

La simulación del comportamiento termal dinámico de los modelos exige la solución simultánea de las ecuaciones diferenciales ordinarias con las ecuaciones diferenciales parciales. La restricción de simultaneidad en la solución de las citadas ecuaciones no permite una solución analítica cerrada. Las soluciones de las ecuaciones diferenciales ordinarias se aproximaron con el método de Runge-Kutta de cuarto orden y las soluciones de las ecuaciones diferenciales parciales se aproximaron con el método de diferencias finitas.

Después de validar los tres modelos planteados, se efectúa un estudio paramétrico intensivo. Del análisis paramétrico se concluye que la instalación de paneles de sombra sobre el techo de las viviendas de interés social representa una buena solución para reducir la carga térmica excesiva que recibe este tipo de vivienda residencial en climas tropicales. Esta solución puede optimizarse si se incrementa la altura entre piso y techo, se pinta la superficie exterior de los paneles de sombra con pinturas reflectivas y se facilita la ventilación cruzada. Instalar capas de material aislante termal en la superficie interior del techo no resulta ser una solución efectiva en climas tropicales.

Nomenclatura

A	área,
c	calor específico, J/kgK
E	flujo de energía, Watt
h	coeficiente convectivo
I	radiación solar
k	conductividad térmica
L	espesor, m
n	número de cambios de aire por hora
q"	conducción, convección y radiación térmicas
Q	transferencia de calor, Watt
R(x,t)	perfil de temperatura en el techo, °C

Bardález/Modelaje y simulación enfriamiento viviendas

RH	humedad relativa, %
S(x,t)	perfil de temperatura en el panel de sombra, °C
T	temperatura, °C
U	coeficiente global de transferencia de calor
U	energía interna, J
u	energía interna específica, J/kg
V	volumen interior
V	velocidad, m/s
W(x,t)	perfil de temperatura en la pared, °C
ρ	densidad
Subíndices	
A	habitación "A"
a	aire
av	aire de ventilación
B	habitación "B"
b	directa
brs	emitida por el panel o el techo
C	habitación "C"
ce	convección exterior
ci	convección interior
D	habitación "D"
d	difusa
E	habitación "E"
e	exterior
f	piso
fe	flujo de masas que salen
fi	flujo de masas que ingresan
hf	radiación absorbida
i	interior; material aislante termal
ing	ingreso
kx	conducción térmica en la dirección "x"
lat	lateral
r	techo; reflejado; sala
s	panel de sombra

sal	salida
vc	dentro del sistema
w	pared
win	ventana

Casa modelo experimental

El modelaje y validación matemático-termal y computacional que se desarrolla en este trabajo se basa en los registros de las mediciones de radiación solar, temperatura y humedad relativa presentados por Plaza (1979). Las viviendas del proyecto se construyeron utilizando concreto reforzado en unidades dobles adyacentes a una pared común con ventanas de aluminio con tapasoles horizontales giratorios (ventanas tipo Miami). Las unidades de vivienda doble numeradas M-30 y M-32 son idénticas en diseño, construcción y orientación y se designaron como casa de control y casa modelo, respectivamente. En la casa modelo se practicaron dos cambios estructurales: (1) se cubrió el techo con paneles de sombra y (2) se instalaron láminas de material aislante termal en contacto con la superficie interior del techo.

La figura 1 muestra la ubicación geográfica de la casa modelo y de la casa de control en la Urbanización Río Cristal de Mayaguez. En esta figura se puede apreciar la orientación de las cuatro paredes periféricas con respecto a la línea Norte-Sur, con la que se puede obtener los ángulos azimutales de estas paredes. El ángulo de latitud norte correspondiente a las dos casas es 18 grados y 13 minutos y el ángulo de longitud oeste es 67 grados y 8 minutos.

La figura 2 presenta la ubicación de la casa modelo experimental relativa a la posición de la casa de control. Diariamente y hora a hora se registraron las siguientes medidas en la casa de control y la casa modelo: radiación solar global en el plano horizontal, temperatura de la superficie interior del techo, temperatura del aire exterior y la humedad relativa del aire interior y exterior.

REVISADO Y APROBADO

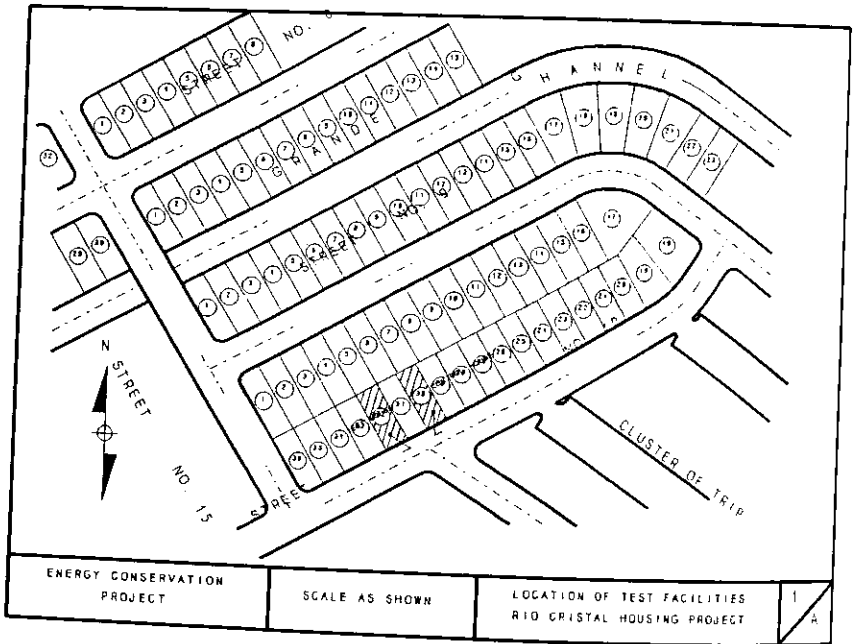


Figura 1. Ubicación de casas modelo y de control

La figura 3 muestra la distribución de las habitaciones de la mitad de la unidad doble de vivienda, la cual representa para nuestro análisis el modelo de pruebas experimentales.

Las habitaciones de la casa modelo poseen ventanas sin cristales, tienen placas giratorias para desviar el componente directo de la radiación solar global. Los espacios entre las placas giratorias permiten el ingreso de el componente difuso de la radiación global para la iluminación natural. De igual forma, estos espacios permiten el ingreso y la salida del aire de ventilación. Las superficies internas de las paredes y el techo absorben una fracción de la radiación solar difusa filtrada a través de las ventanas, mientras que el aire dentro de la habitación absorbe el resto de la radiación

solar difusa.

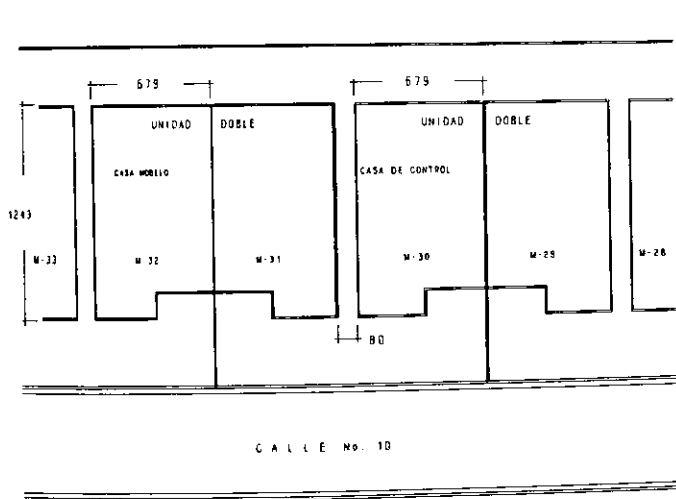


Figura 2. Casa modelo y casa de control. Longitudes medidas en centímetros

La designación de las habitaciones es como sigue:

- Habitación "A": Sala-comedor-cocina
- Habitación "B": Dormitorio No. 1
- Habitación "C": Dormitorio No. 2
- Habitación "D": Cuarto de baño
- Habitación "E": Dormitorio No. 3

En la residencia modelo M-32 se instaló a 216 mm sobre la superficie exterior del techo un panel de sombra de 6.4 mm de espesor. Este panel se compone de planchas corrugadas construidas a base de cemento y asbesto y cubre todo el área del techo. Asimismo, la superficie interior del techo de la casa modelo se puso en contacto directo con una lámina de material aislante termal de 16 mm de espesor que la cubre toda.

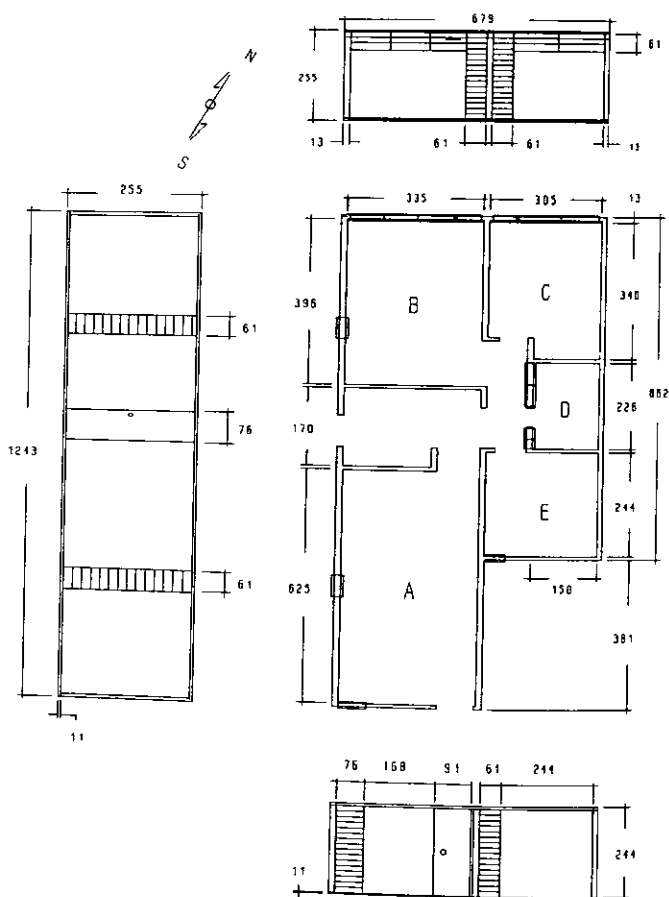


Figura 3. Proyecciones axonómicas de la casa modelo.
Longitudes en centímetros.

Tanto la casa de control como la casa modelo se equiparon con telesensores para obtener los registros de la radiación solar, la temperatura y la humedad relativa. El sistema de adquisición de datos consistía de:

- Equipo Esterline Angus PD-2064

Este equipo se compone de una unidad programable de 24 canales, una unidad integradora con precisión de 1% en períodos de integración de uno a 60 minutos, con termistores de temperatura con una precisión de 0.15°C entre 15 y 100°C y de una impresora Seiko. La unidad integradora e ajustó a períodos de 60 minutos.

- Transductor y transmisor de humedad relativa Hygrodynamics, con una precisión de 0.3%
- Piranómetro Eppley modelo PSP, con una precisión de 0.5% entre 0 y 1400 vatios por metro cuadrado y una constante de $10.35 \times 10^{-6} \text{ W-m}^2$;
- Vatímetro Exceltronic XL5CA4 Watt Transducer, con precisión de 0.25%
- Dos unidades de acondicionamiento de aire Trane, modelo SAHA-302-C de 3 toneladas.

Análisis termal en modelos de vivienda

Para el análisis termal se consideraron los siguientes modelos:

- Modelo 1: Casa modelo sin modificaciones.
- Modelo 2: Casa modelo con el techo cubierto con paneles de sombra.
- Modelo 3: Casa modelo con paneles de material aislante termal adheridas a la superficie interior del techo.

Modelo 1: Casa sin modificaciones

Volumen interior de las habitaciones

Para cualquier sistema la ley de conservación de energía en forma integral se puede expresar de la forma siguiente:

$$\dot{E}_{ing} - \dot{E}_{sat} = \dot{E}_{vc} \quad (1)$$

Habitación "A"

La figura 4 muestra en forma esquemática la habitación "A", obtenida desde la figura 3, en la cual se consideran, en adición al techo, las paredes A1, A2, A3, A41, A42 y A5. De igual forma se indican las temperaturas de la sala de las habitaciones adyacentes Tr_b , Tr_d , Tr_e , la temperatura del aire ambiente T_a y también se pueden apreciar los sistemas de referencia para la coordenada espacial "X".

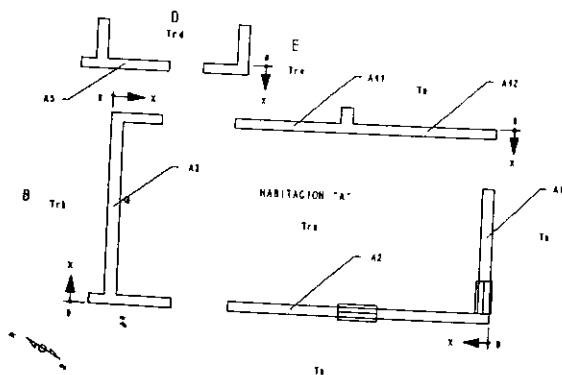


Figura 4. Sala principal

La figura 5 presenta los parámetros termales que se usan en el análisis

energético de esta habitación.

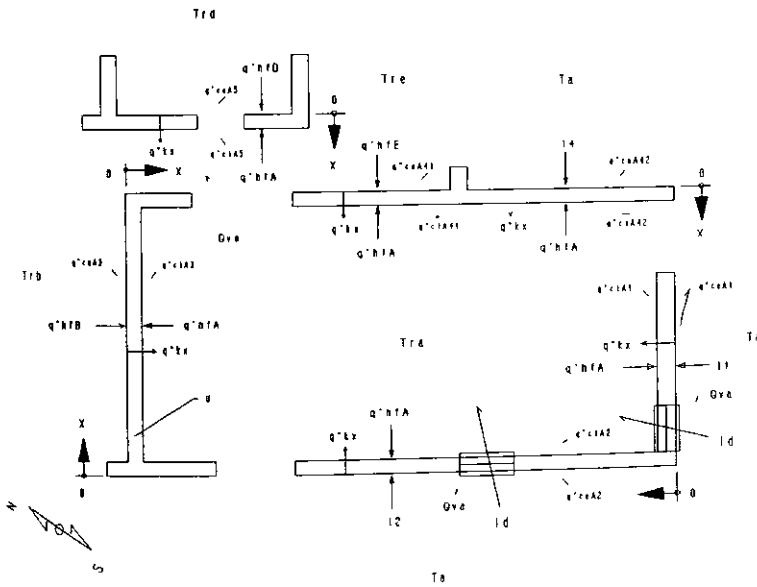


Figura 5. Parámetros considerados

De acuerdo a lo indicado en la figura 5, se pueden establecer las ecuaciones siguientes:

$$\dot{E}_{ing} = \dot{Q}_{ciA1} + \dot{Q}_{ciA2} + \dot{Q}_{ciA3} + \dot{Q}_{ciA41} + \dot{Q}_{ciA42} + \dot{Q}_{ciA5} + \dot{Q}_{cifA} + \dot{Q}_{winA} \quad (2)$$

$$\dot{E}_{ant} = \dot{Q}_{fA} + \dot{Q}_{vA} \quad (3)$$

Bardález/Modelaje y simulación enfriamiento viviendas

$$\dot{E}_{vc} = \frac{d}{dt} \cdot U_{vc} \quad (4)$$

donde,

$$\dot{Q}_{ciA1} = A_{wA1} h_{iw} (T_{iA1} - T_{ra}) \quad (5)$$

$$\dot{Q}_{ciA2} = A_{wA2} h_{iw} (T_{iA2} - T_{ra}) \quad (6)$$

$$\dot{Q}_{ciA3} = A_{wA3} h_{iw} (T_{iA3} - T_{ra}) \quad (7)$$

$$\dot{Q}_{ciA41} = A_{wA41} h_{iw} (T_{iA41} - T_{ra}) \quad (8)$$

$$\dot{Q}_{ciA42} = A_{wA42} h_{iw} (T_{iA42} - T_{ra}) \quad (9)$$

$$\dot{Q}_{ciA5} = A_{wA5} h_{iw} (T_{iA5} - T_{ra}) \quad (10)$$

$$\dot{Q}_{cirA} = A_{rA} h_{ir} (T_{irA} - T_{ra}) \quad (11)$$

$$\dot{Q}_{winA} = A_{winA} W_r (1 - \alpha_1) I_d \quad (12)$$

$$\dot{Q}_{rA} = A_{rA} U_r (T_{ra} - T_p) \quad (13)$$

$$\dot{Q}_{vA} = \rho_a c_{pa} V_a \frac{\dot{n}}{3600} (T_{ra} - T_{av}) \quad (14)$$

$$U = \rho_a c_{va} V_a T_{ra} \quad (15)$$

Si reemplazamos (5), (6), ..., (15) en (2), (3) y (4) y el resultado lo sustituimos en (1), obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{dT_{ra}}{dt} = & L_{A1} T_{iA1} + L_{A2} T_{iA2} + L_{A3} T_{iA3} + L_{A41} T_{iA41} + L_{A42} T_{iA42} \\ & + L_{A5} T_{iA5} + L_{A6} T_{irA} + L_{A7} T_f + L_{A8} T_{av} + L_{A9} I_d \\ & - (L_{A1} + L_{A2} + L_{A3} + L_{A41} + L_{A42} + L_{A5} + L_{A6} + L_{A7} + L_{A8}) T_{ra} \end{aligned} \quad (16)$$

en la ecuación (16) se considera que,

$$N_A = \frac{1}{\rho_a c_{va} V_A} \quad (17)$$

$$L_{A1} = A_{wA1} h_{iw} N_A \quad (18)$$

$$L_{A2} = A_{wA2} h_{iw} N_A \quad (19)$$

$$L_{A3} = A_{wA3} h_{iw} N_A \quad (20)$$

$$L_{A41} = A_{wA41} h_{iw} N_A \quad (21)$$

$$L_{A42} = A_{wA42} h_{iw} N_A \quad (22)$$

$$L_{A5} = A_{wA5} h_{iw} N_A \quad (23)$$

Bardález/Modelaje y simulación enfriamiento viviendas

$$L_{A6} = A_{rA} h_{ir} N_A \quad (24)$$

$$L_{A7} = A_{rA} U_r N_A \quad (25)$$

$$L_{A8} = \rho_a c_{pa} V_a \frac{n}{3600} N_A \quad (26)$$

$$L_{A9} = A_{win A} W_r (1 - \alpha_i) N_A \quad (27)$$

Habitaciones "B", "C", "D", y "E"

Procediendo en forma similar al análisis de la habitación "A", se obtienen las siguientes ecuaciones para las habitaciones "B", "C", "D" y "E".

$$\frac{dT_{rb}}{dt} = L_{B1} T_{iB1} + L_{B2} T_{iB2} + L_{B3} T_{iB3} + L_{B4} T_{iB4} + L_{B5} T_{rB} + L_{B6} T_f + L_{B7} T_{av} + L_{B8} I_d - (L_{B1} + L_{B2} + L_{B3} + L_{B4} + L_{B5} + L_{B6} + L_{B7}) \quad (28)$$

$$\frac{dT_{rc}}{dt} = L_{C1} T_{iC1} + L_{C2} T_{iC2} + L_{C3} T_{iC3} + L_{C4} T_{irc} + L_{C5} T_f + L_{C6} T_{av} + L_{C7} I_d + L_{C8} q_{hfc} - (L_{C1} + L_{C2} + L_{C3} + L_{C4} + L_{C5} + L_{C6}) T_{rc} \quad (29)$$

$$\frac{dT_{rd}}{dt} = L_{D1} T_{iD1} + L_{D2} T_{iD2} + L_{D3} T_{iD3} + L_{D4} T_{irD} + L_{D5} T_f + L_{D6} T_{av} + L_{D7} I_d + L_{D8} q_{hfd} - (L_{D1} + L_{D2} + L_{D3} + L_{D4} + L_{D5} + L_{D6}) T_{rd} \quad (30)$$

$$\frac{dT_{re}}{dt} = L_{E1} T_{ie1} + L_{E2} T_{ie2} + L_{E3} T_{ie3} + L_{E4} T_{irE} + L_{E5} T_f + L_{E6} T_{av} + L_{E7} I_d + L_{E8} q_{hFE} - (L_{E1} + L_{E2} + L_{E3} + L_{E4} + L_{E5} + L_{E6}) T_{re} \quad (31)$$

Las ecuaciones (16), (28), (29), (30) y (31) son ecuaciones diferenciales ordinarias con coeficientes variables debido a que las temperaturas en la superficie interior de las paredes o el techo varían con el tiempo.

Estructura periférica de las habitaciones: Paredes y techo

Las temperaturas de las superficies, ecuaciones (16), (28), (29), (30) y (31), forman parte de la distribución de temperaturas en las paredes y el techo. Esta distribución se determina aplicando la ley de conservación de energía en el material de las paredes (W) y en el material del techo (R); la expresión resultante se denomina ecuación de difusión termal:

$$\frac{\partial W(x,t)}{\partial t} = \alpha_w \frac{\partial^2 W(x,t)}{\partial x^2} \quad (32)$$

$$\frac{\partial R(x,t)}{\partial t} = \alpha_r \frac{\partial^2 R(x,t)}{\partial x^2} \quad (33)$$

donde α_w y α_r son las difusividades termales para las paredes y el techo, respectivamente, y se definen como:

$$\alpha_w = \frac{k_w}{\rho_w c_w} \quad (34)$$

Bardález/Modelaje y simulación enfriamiento viviendas

$$\alpha_r = \frac{k_r}{\rho_r c_r} \quad (35)$$

La ecuación (32) se usa para las 16 paredes en la figura 3, mientras que la ecuación (33) se utiliza en los techos de las cinco habitaciones de la vivienda. Las dos ecuaciones, (32) y (33), requieren una condición inicial y dos condiciones de frontera. Las condiciones de frontera se determinan de acuerdo a la configuración de la habitación considerada.

La figura 6 indica los parámetros energéticos considerados en el análisis termal del techo de las habitaciones. De esta forma, las condiciones de frontera resultantes son las siguientes:

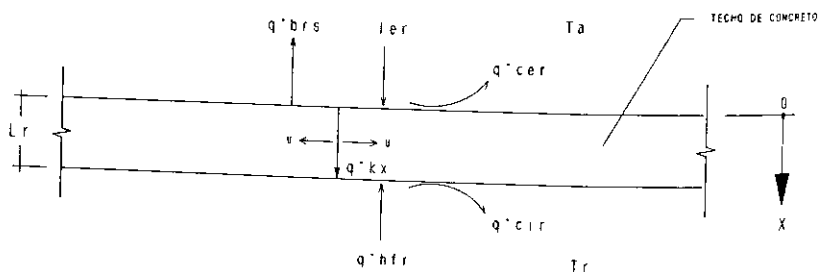


Figura 6. Energías consideradas en el techo

Las condiciones de frontera resultantes son las siguientes:

$$-k_w \frac{\partial WA1}{\partial x} \Big|_{x=0, t \geq 0} = \alpha_{ew} I_1 - h_{ew} [WA1(0, t) - T_a] - q''_{hfA} \quad (36)$$

$$-k_w \frac{\partial WA1}{\partial x} \Big|_{x=L_w, t \geq 0} = h_{iw} [WA1(L_w, t) - T_{ra}] - q''_{hfA} \quad (37)$$

$$-k_w \frac{\partial WA2}{\partial x} \Big|_{x=0, t \geq 0} = \alpha_{ew} I_2 - h_{ew} [WA2(0, t) - T_a] - q''_{hfA} \quad (38)$$

$$-k_w \frac{\partial WA2}{\partial x} \Big|_{x=L_w, t \geq 0} = h_{iw} [WA2(L_w, t) - T_{ra}] - q''_{hfA} \quad (39)$$

$$-k_w \frac{\partial WA3}{\partial x} \Big|_{x=0, t \geq 0} = q''_{hfB} - h_{iw} [WA3(0, t) - T_{rb}] \quad (40)$$

$$-k_w \frac{\partial WA3}{\partial x} \Big|_{x=L_w, t \geq 0} = h_{iw} [WA3(L_w, t) - T_{ra}] - q''_{hfA} \quad (41)$$

$$-k_w \frac{\partial WA41}{\partial x} \Big|_{x=0, t \geq 0} = q''_{hfE} - h_{iw} [WA41(0, t) - T_{re}] \quad (42)$$

$$-k_w \frac{\partial WA41}{\partial x} \Big|_{x=L_w, t \geq 0} = h_{iw} [WA41(L_w, t) - T_{ra}] - q''_{hfA} \quad (43)$$

$$-k_w \frac{\partial WA42}{\partial x} \Big|_{x=0, t \geq 0} = \alpha_{ew} I_4 - h_{ew} [WA42(0, t) - T_a] \quad (44)$$

Bardález/Modelaje y simulación enfriamiento viviendas

$$-k_w \frac{\partial WA42}{\partial x} \Big|_{x=L_w; t \geq 0} = h_{iw} [WA42(L_w, t) - T_{ra}] - q''_{hfA} \quad (45)$$

$$-k_w \frac{\partial WA5}{\partial x} \Big|_{x=0; t \geq 0} = q''_{hfD} - h_{iw} [WA5(0, t) - T_{rd}] \quad (46)$$

$$-k_w \frac{\partial WA5}{\partial x} \Big|_{x=L_w; t \geq 0} = h_{iw} [WA5(L_w, t) - T_{ra}] - q''_{hfA} \quad (47)$$

$$-k_r \frac{\partial RA}{\partial x} \Big|_{x=0; t \geq 0} = \alpha_{er} I_{er} - h_{er} [RA(0, t) - T_a] - q''_{brs} \quad (48)$$

$$-k_r \frac{\partial RA}{\partial x} \Big|_{x=L_r; t \geq 0} = h_{ir} [RA(L_r, t) - T_{ra}] - q''_{hfA} \quad (49)$$

$$-k_w \frac{\partial WB2}{\partial x} \Big|_{x=0; t \geq 0} = \alpha_{ew} I_2 - h_{ew} [WB2(0, t) - T_a] \quad (50)$$

$$-k_w \frac{\partial WB2}{\partial x} \Big|_{x=L_w; t \geq 0} = h_{iw} [WB2(L_w, t) - T_{rb}] - q''_{hfB} \quad (51)$$

$$-k_w \frac{\partial WB3}{\partial x} \Big|_{x=0; t \geq 0} = \alpha_{ew} I_3 - h_{ew} [WB3(0, t) - T_a] \quad (52)$$

$$-k_w \frac{\partial WB3}{\partial x} \Big|_{x=L_w; t \geq 0} = h_{iw} [WB3(L_w, t) - T_{rb}] - q''_{hfB} \quad (53)$$

$$-k_w \frac{\partial WB4}{\partial x} \Big|_{x=0; t \geq 0} = q''_{hfc} - h_{iw} [WB4(0,t) - T_{rc}] \quad (54)$$

$$-k_w \frac{\partial WB4}{\partial x} \Big|_{x=L_w; t \geq 0} = h_{iw} [WB4(L_w,t) - T_{rb}] - q''_{hfb} \quad (55)$$

$$-k_w \frac{\partial RB}{\partial x} \Big|_{x=0; t \geq 0} = \alpha_{er} I_{er} - h_{er} [RB(0,t) - T_a] - q''_{brs} \quad (56)$$

$$-k_w \frac{\partial RB}{\partial x} \Big|_{x=L_r; t \geq 0} = h_{ir} [RB(L_r,t) - T_{rb}] - q''_{hfb} \quad (57)$$

$$-k_w \frac{\partial WC1}{\partial x} \Big|_{x=0; t \geq 0} = q''_{hfd} - h_{iw} [WC1(0,t) - T_{rd}] \quad (58)$$

$$-k_w \frac{\partial WC1}{\partial x} \Big|_{x=L_w; t \geq 0} = h_{iw} [WC1(L_w,t) - T_{rc}] - q''_{hfc} \quad (59)$$

$$-k_w \frac{\partial WC3}{\partial x} \Big|_{x=0; t \geq 0} = \alpha_{ew} I_3 - h_{ew} [WC3(0,t) - T_a] \quad (60)$$

$$-k_w \frac{\partial WC3}{\partial x} \Big|_{x=L_w; t \geq 0} = h_{iw} [WC3(L_w,t) - T_{rc}] - q''_{hfc} \quad (61)$$

$$h_{iw} [WC4(L_w,t) - T_{rc}] = q''_{hfc} \quad (62)$$

Bardález/Modelaje y simulación enfriamiento viviendas

$$-k_w \frac{\partial RC}{\partial x} \Big|_{x=0; t \geq 0} = \alpha_{er} I_{er} - h_{er} [RC(0,t) - T_a] - q''_{brs} \quad (63)$$

$$-k_w \frac{\partial RC}{\partial x} \Big|_{x=L_r; t \geq 0} = h_{ir} [RC(L_r,t) - T_{re}] - q''_{hFD} \quad (64)$$

$$h_{iw} [WD4(L_w,t) - T_{rd}] = q''_{hFD} \quad (65)$$

$$-k_w \frac{\partial RD}{\partial x} \Big|_{x=0; t \geq 0} = \alpha_{er} I_{er} - h_{er} [RD(0,t) - T_a] - q''_{brs} \quad (66)$$

$$-k_w \frac{\partial RD}{\partial x} \Big|_{x=L_r; t \geq 0} = h_{ir} [RD(L_r,t) - T_{rd}] - q''_{hFD} \quad (67)$$

$$-k_w \frac{\partial WE1}{\partial x} \Big|_{x=0; t \geq 0} = \alpha_{ew} I_1 - h_{ew} [WE1(0,t) - T_a] \quad (68)$$

$$-k_w \frac{\partial WE1}{\partial x} \Big|_{x=L_r; t \geq 0} = h_{iw} [WE1(L_w,t) - T_{re}] - q''_{hFE} \quad (69)$$

$$-k_w \frac{\partial WE3}{\partial x} \Big|_{x=0; t \geq 0} = q''_{hFD} - h_{iw} [WE3(0,t) - T_{rd}] \quad (70)$$

$$-k_w \frac{\partial WE3}{\partial X} \Big|_{x=L_w, t \geq 0} = h_{iw} [WE3(L_w, t) - T_{re}] - q''_{hfE} \quad (71)$$

$$h_{iw} [WE4(L_w, t) - T_{re}] = q''_{hfE} \quad (72)$$

$$-k_w \frac{\partial RE}{\partial X} \Big|_{x=0, t \geq 0} = \alpha_{er} I_{er} - h_{er} [RE(0, t) - T_a] - q''_{brs} \quad (73)$$

$$-k_w \frac{\partial RE}{\partial X} \Big|_{x=L_r, t \geq 0} = h_{ir} [RE(L_r, t) - T_{rd}] - q''_{hfE} \quad (74)$$

Modelo 2: Casa con el techo cubierto con paneles de sombra

La figura 7 presenta en forma simplificada una fracción del techo del modelo 2. El parámetro T_m representa una temperatura intermedia entre la temperatura en la superficie interior del panel de sombra y la temperatura en la superficie exterior del techo y varía únicamente con el tiempo. La figura 8 muestra los parámetros termales usados en el análisis termal de este modelo.

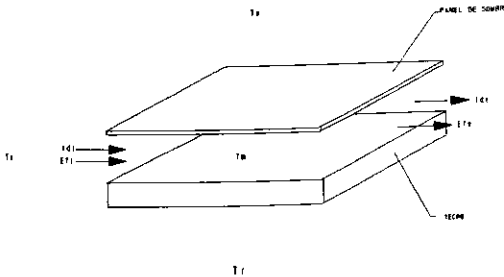


Figura 7. Representación de una fracción del techo cubierto con panel de sombra

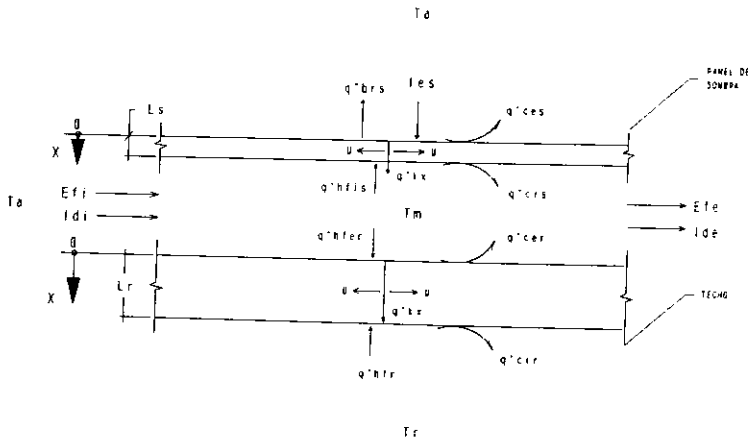


Figura 8. Energías entre el techo y el panel de sombra

Para determinar la temperatura T_m hay que aplicar balances de energía en el volumen de aire entre el techo y el panel de sombra. También aplicaremos la ecuación de difusión termal en el panel de sombra y en las paredes y el techo de cada habitación.

Volumen de aire entre el techo y el panel de sombra

Aplicando conservación de energía en el volumen de aire entre el techo y el panel de sombra en las figuras 7 y 8 obtenemos la expresión siguiente:

$$\frac{dT_m}{dt} = L_{M1} RA(0,t) + L_{M2} SA(L_s,t) + L_{M3} T_a + (L_{M4} - L_{M5}) I_d - (L_{M1} + L_{M2} + L_{M3}) T_m \quad (75)$$

donde,

$$N_M = \frac{1}{\rho_a c_{va} V_m} \quad (76)$$

$$L_{M1} = A_{fA} h_{er} N_M \quad (77)$$

$$L_{M2} = A_{fA} h_{is} N_M \quad (78)$$

$$L_{M3} = 0.5 \rho_a c_{pa} A_{lat} V_{ing} N_M \quad (79)$$

$$L_{M4} = A_{lat} N_M \quad (80)$$

$$L_{M5} = [A_{fA}(\alpha_{er} + \alpha_{is}) + \lambda A_{lat}] N_M \quad (81)$$

$$\lambda = 1 - \frac{A_{fA}(\alpha_{er} + \alpha_{is})}{A_{lat}} \quad (82)$$

Panel de sombra

Aplicando la ecuación de difusión termal unidimensional al material del panel de sombra, se obtiene,

$$\frac{\partial SA(x,t)}{\partial t} = \alpha_s \frac{\partial^2 SA(x,t)}{\partial x^2} \quad (83)$$

La difusividad termal del material del panel de sombra es:
Las condiciones de frontera, de acuerdo a la figura 8, son:

$$\alpha_s = \frac{K_s}{\rho_s c_{vs}} \quad (84)$$

$$-k_s \frac{\partial SA(x,t)}{\partial X} \Big|_{x=0; t \geq 0} = \alpha_{es} I_{es} - h_{es} [SA(0,t) - T_a] - q''_{brs} \quad (85)$$

$$-k_s \frac{\partial SA(x,t)}{\partial X} \Big|_{x=L_s; t \geq 0} = h_{is} [SA(L_s,t) - T_m] - \alpha_{is} I_d \quad (86)$$

$$-k_r \frac{\partial RA(x,t)}{\partial X} \Big|_{x=0; t \geq 0} = \alpha_{er} I_d - h_{er} [RA(0,t) - T_m] \quad (87)$$

Modelo 3: Casa con aislante termal en la superficie interior del techo

El modelo 3 es igual al modelo 1, excepto que el techo del modelo 3 tiene una lámina de material aislante termal de 1.6 cm de espesor en contacto directo con la superficie interior del techo de concreto. La figura 9 muestra el techo del modelo 3.

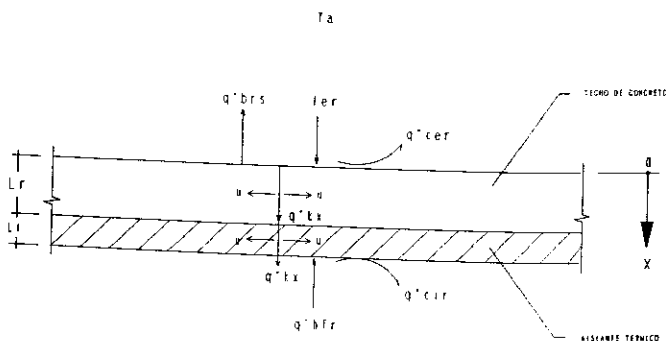


Figura 9. Techo con aislación térmica en superficie interior

El comportamiento termal de este modelo puede obtenerse adaptando las ecuaciones del modelo 1 para el caso del techo compuesto. Presumiendo comportamiento lineal de algunas propiedades termofísicas, se definen las siguientes propiedades equivalentes:

Calor específico a volumen constante:

$$c_{vni} = \frac{c_{vi}L_i + c_{vr}L_r}{L_i + L_r} \quad (88)$$

Conductividad térmica:

$$k_{vni} = \frac{k_iL_i + k_rL_r}{L_i + L_r} \quad (89)$$

Densidad:

$$\rho_{ni} = \frac{\rho_iL_i + \rho_rL_r}{L_i + L_r} \quad (90)$$

Simulación computadorizada

Conforme a lo demostrado en la sección **Análisis termal en modelos de vivienda**, el comportamiento termal de cualquiera de los tres modelos se debe obtener mediante la solución en forma simultánea de las ecuaciones diferenciales parciales y ordinarias establecidas para cada uno de los modelos. El tiempo (t) es la variable independiente que entrelaza los dos tipos de ecuaciones diferenciales.

Las soluciones de las ecuaciones diferenciales ordinarias se aproximaron con el método numérico de Runge-Kutta de cuarto orden, con

un error truncado de orden **, donde ** es el incremento de la variable independiente, en este caso el tiempo. De igual forma, las soluciones de las ecuaciones diferenciales parciales se aproximaron utilizando los métodos de diferencias finitas aplicadas a la fórmula implícita de Crank-Nicolson [(Carnahan et al, 1969), (Lapidus y Pinder, 1982) y (Constantinides, 1987)]. Las matrices tridiagonales resultantes se resolvieron usando el Algoritmo de Thomas (Carnahan et al., 1969). También se diseñaron tres programas de computadora; uno por cada modelo.

Validación de los modelos

Los modelos propuestos para el análisis termal se consideraron verificados al encontrar discrepancias aceptables para este tipo de análisis entre los resultados numéricos de los programas de cómputos y los valores de las temperaturas medidas en forma experimental por Plaza (1979). Las figuras 10 al 15 muestran algunos resultados comparativos.

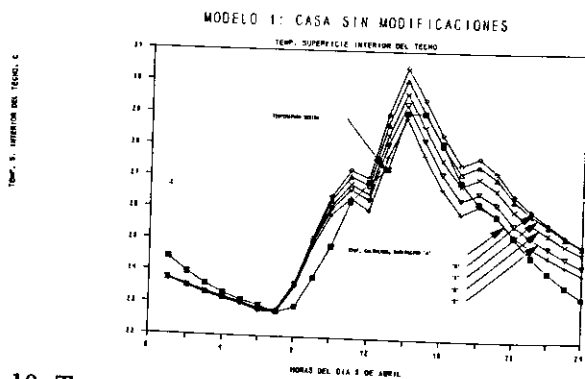


Figura 10. Temperaturas en la superficie interior del techo el 8 de abril

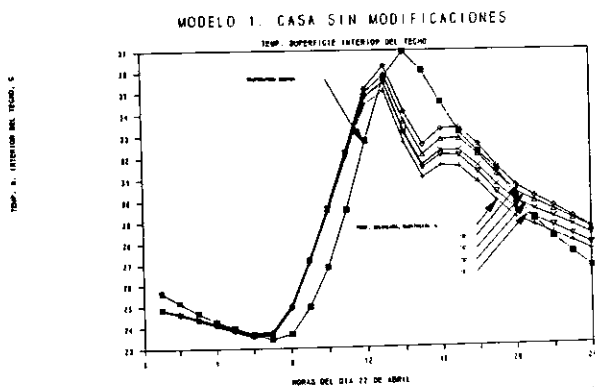


Figura 11. Temperaturas en la superficie interior del techo el 22 de abril

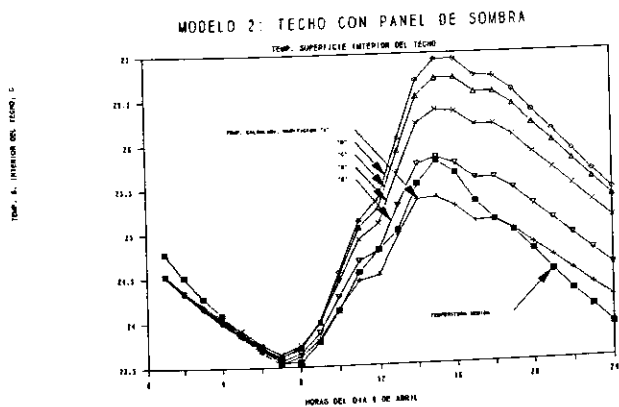


Figura 12. Temperaturas en la superficie interior del techo el 8 de abril

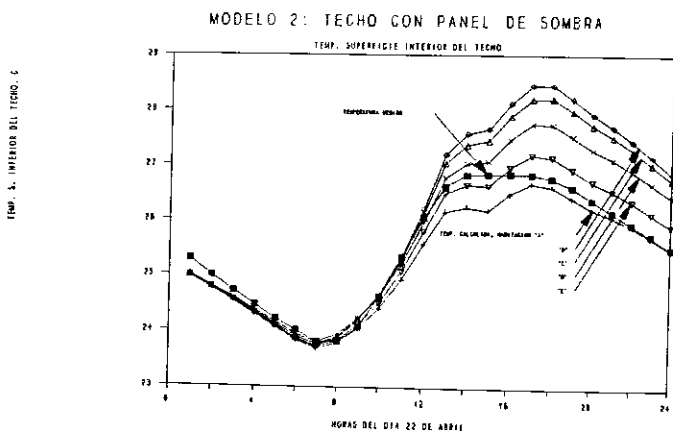


Figura 13. Temperaturas en la superficie interior del techo el 22 de abril

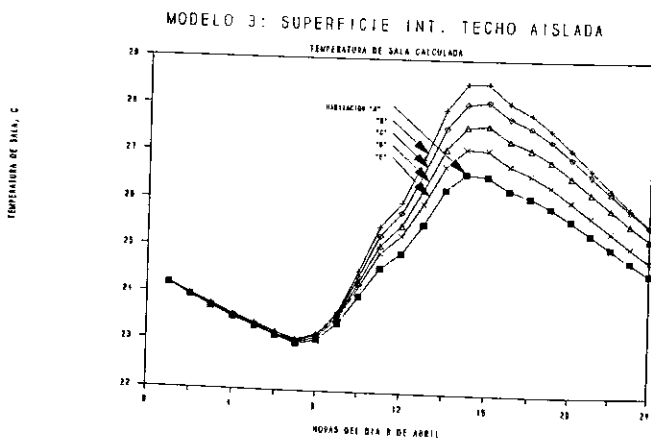


Figura 14. Temperaturas en la sala el 8 de abril

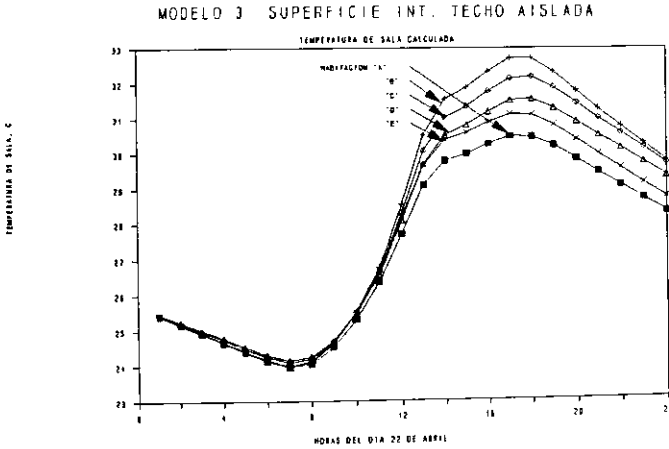


Figura 15. Temperatura de sala el 22 de abril

Análisis paramétrico

Se analizará la influencia de los principales parámetros que definen el comportamiento termal de los tres modelos sobre la temperatura del aire en el interior de la habitación "A" del modelo considerado como temperatura de sala. El modelaje termo-computacional y el estudio paramétrico respectivo pueden efectuarse para cualquier día del año, siempre que estén disponibles los datos de entrada, entre ellos la radiación solar directa y difusa, la temperatura ambiente y la humedad relativa para cada una de las 24 horas del día considerado. Para nuestro estudio se ejecutaron los programas de cómputos con los valores de entrada correspondientes al día 17 de abril.

Del modelo 1:

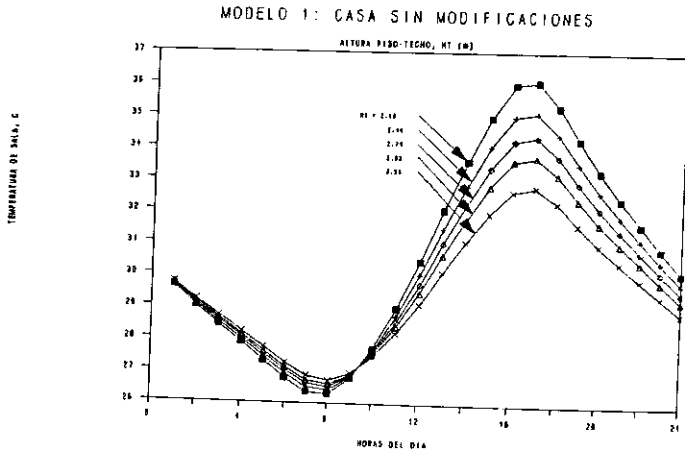


Figura. 16. Influencia de la altura de la casa

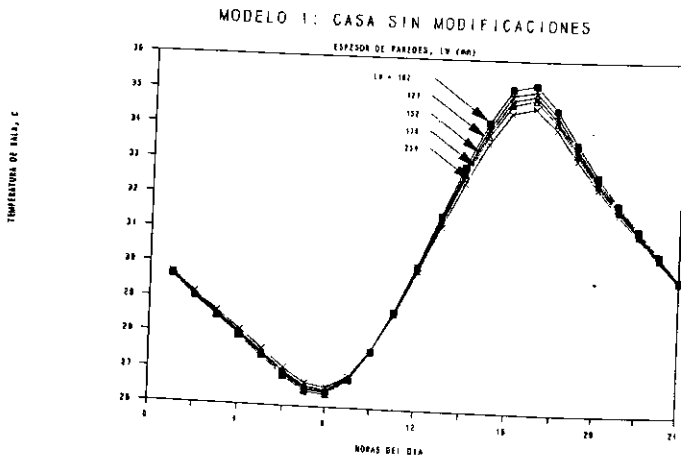


Figura 17. Influencia del espesor de las paredes

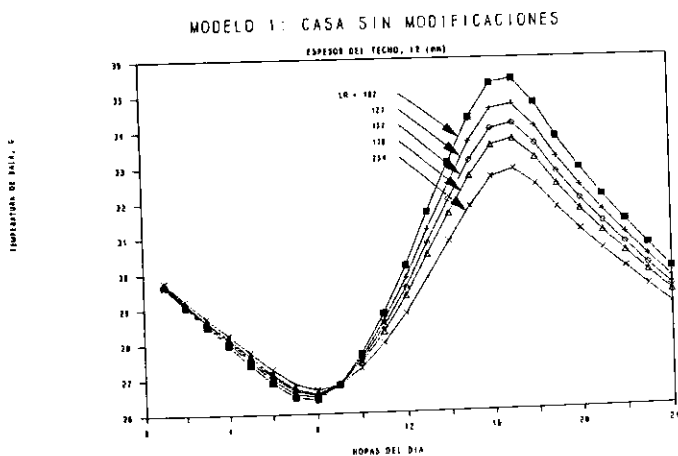


Figura 18. Influencia del espesor del techo

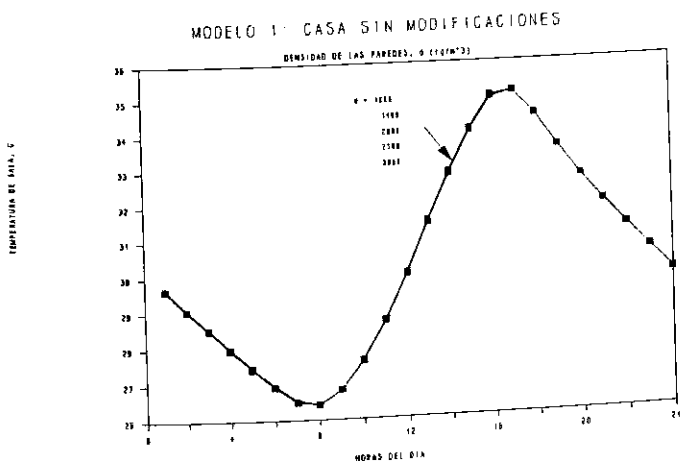


Figura 19. Influencia de la densidad de las paredes

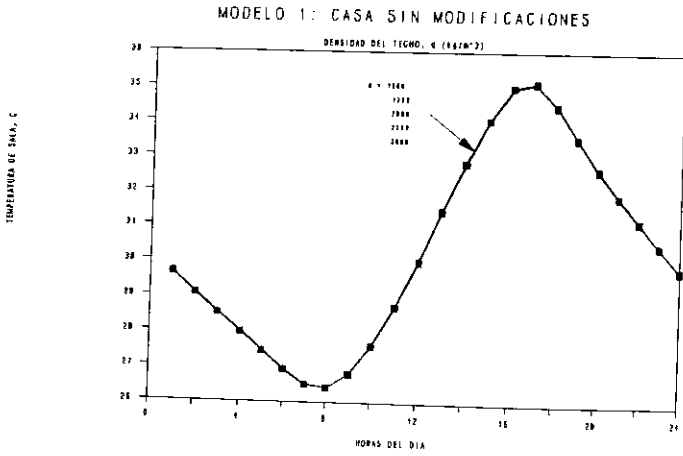


Figura 20. Influencia de la densidad del techo

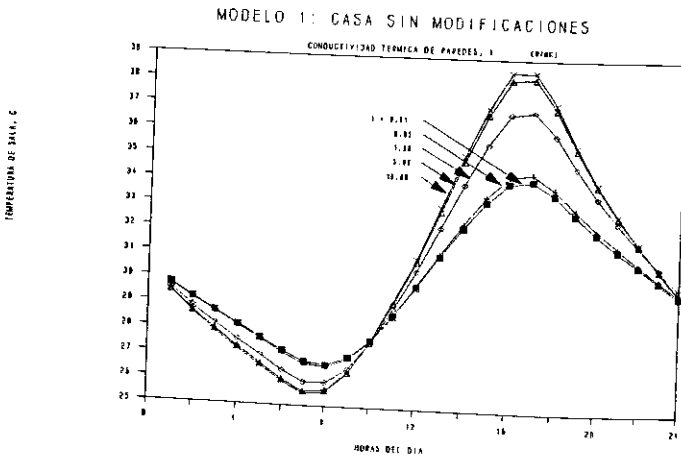


Figura 21. Influencia de la conductividad de las paredes

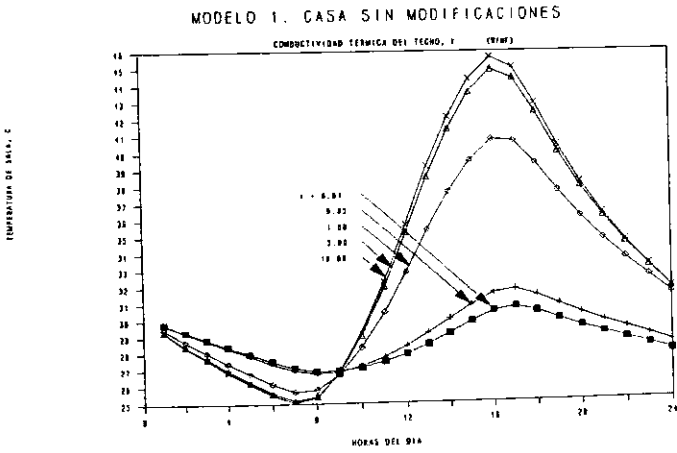


Figura 22. Influencia de la conductividad del techo

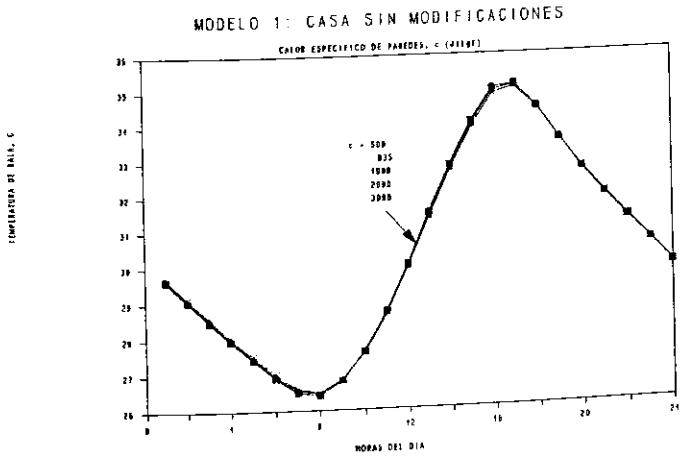


Figura 23. Influencia del calor específico de las paredes

Bardález/Modelaje y simulación enfriamiento viviendas

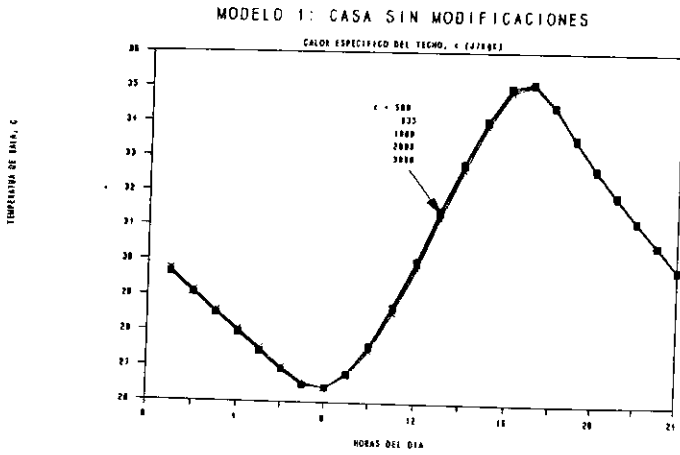


Figura 24. Influencia del calor específico del techo

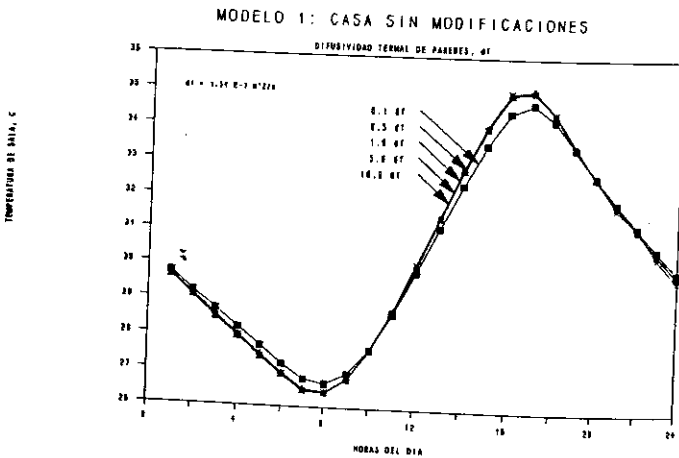


Figura 25. Influencia de la difusividad de las paredes

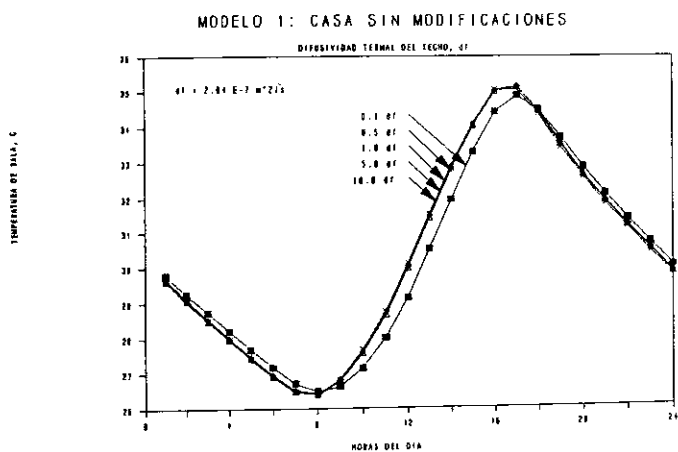


Figura 26. Influencia de la difusividad del techo

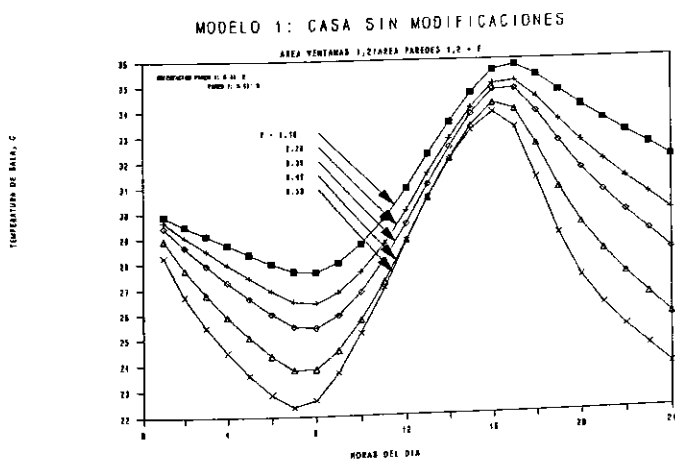


Figura 27. Influencia de la razón del área ventanas al área de las paredes

Bardález/Modelaje y simulación enfriamiento viviendas

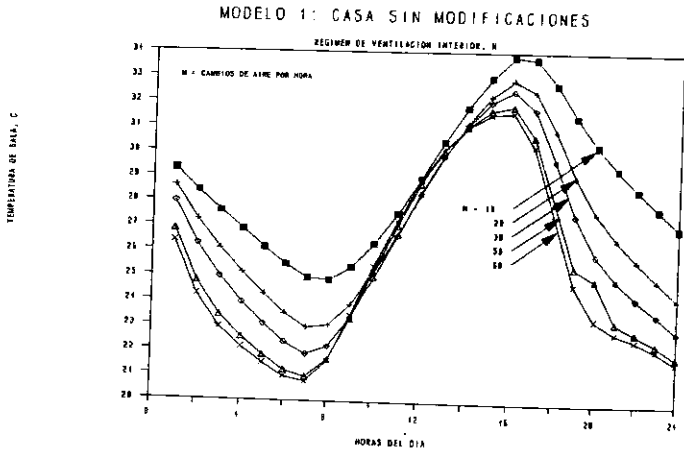


Figura 28. Influencia de la ventilación interior

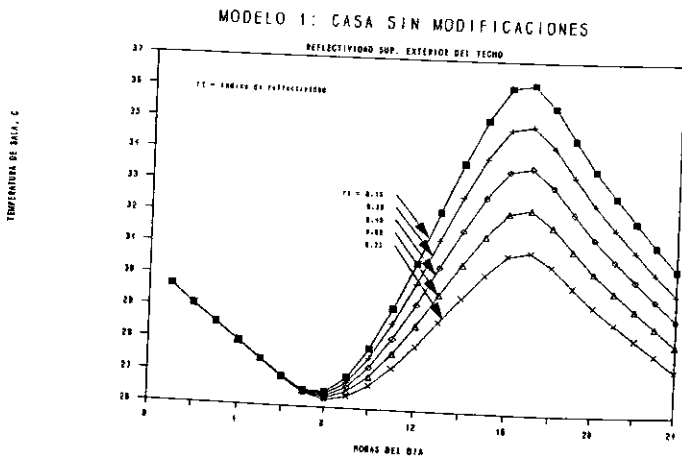


Figura 29. Influencia de la reflectividad del techo

Del modelo 2

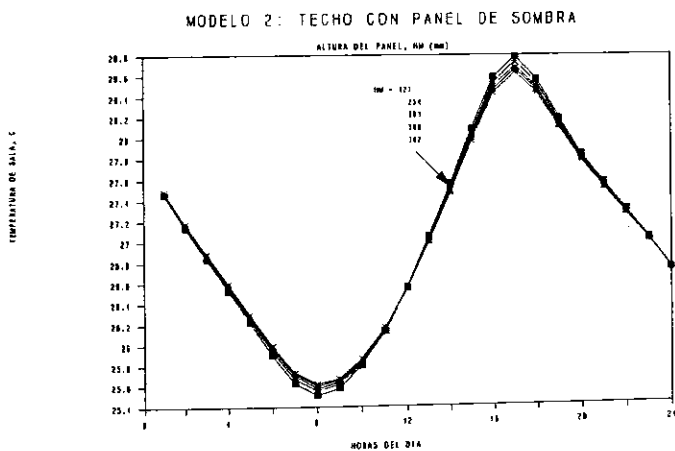


Figura 30. Influencia de la altura del panel de sombra

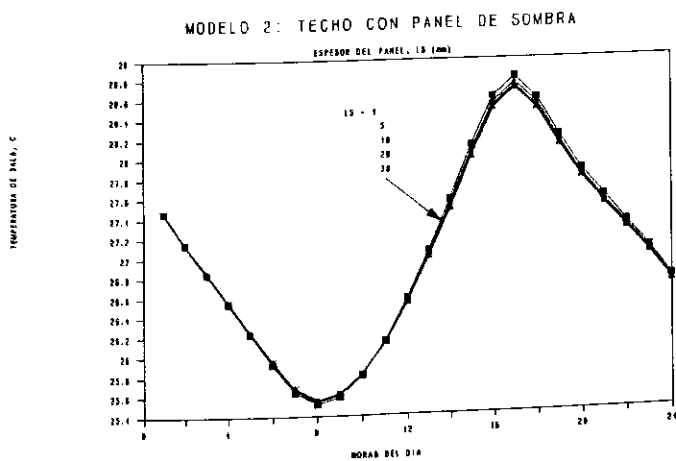


Figura 31. Influencia del espesor del panel de sombra

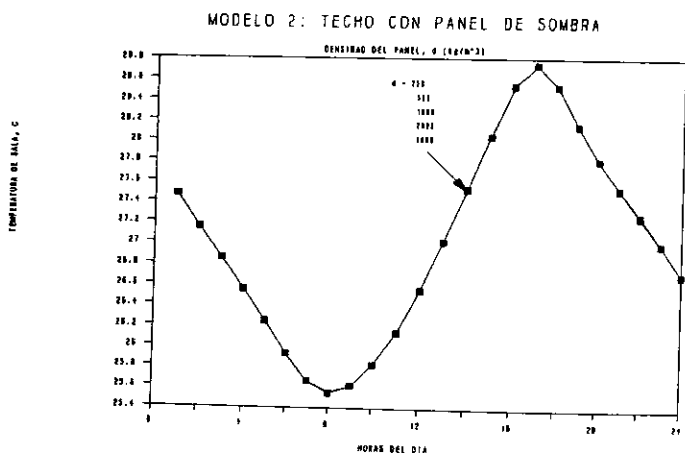


Figura 32. Influencia de la densidad del panel

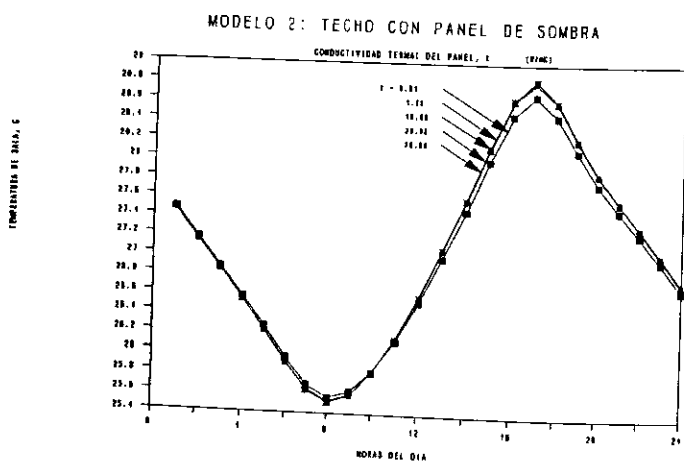


Figura 33. Influencia de la conductividad del panel

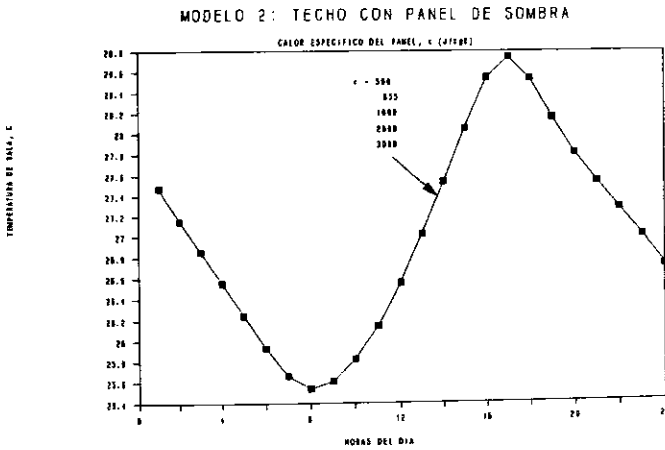


Figura 34. Influencia del calor específico del panel

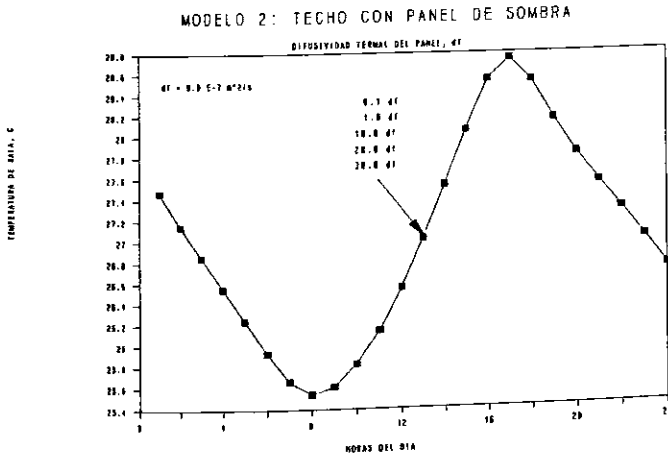


Figura 35. Influencia de la difusividad del panel

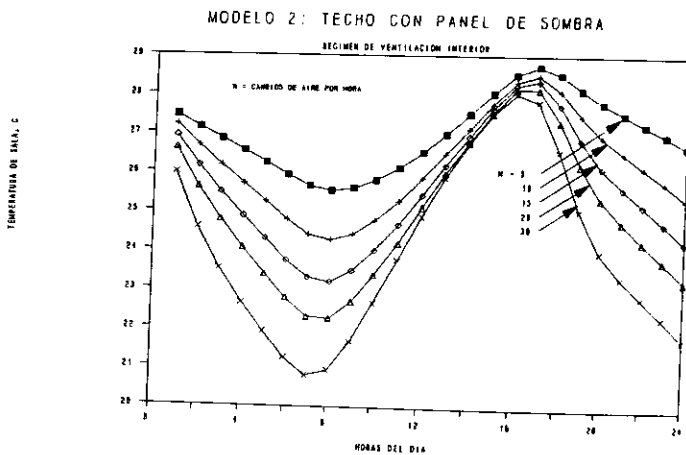


Figura 36. Influencia de la ventilación interior

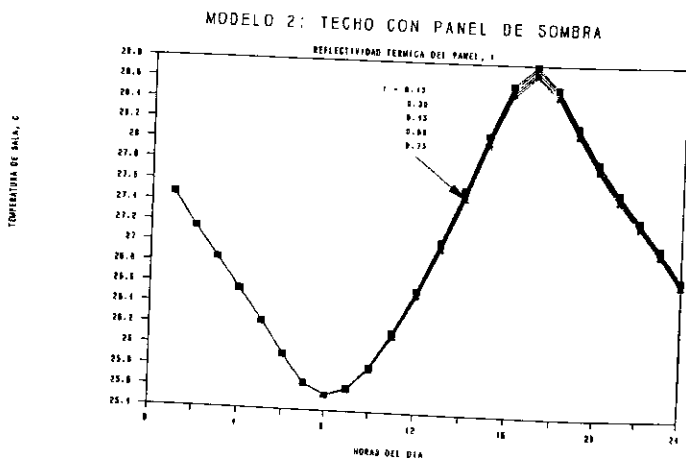


Figura 37. Influencia de la reflectividad del panel

Del modelo 3

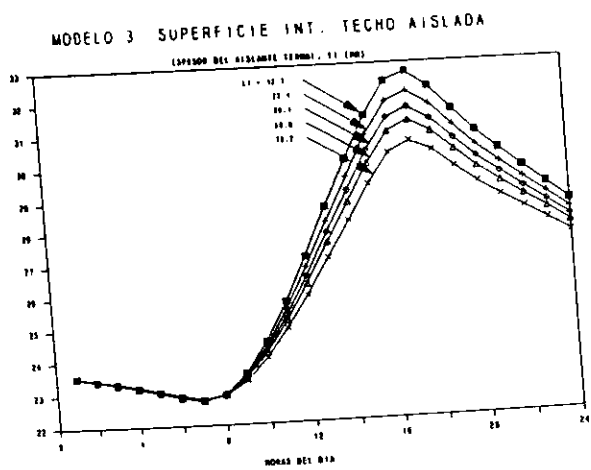


Figura 38. Influencia del espesor de aislante térmico

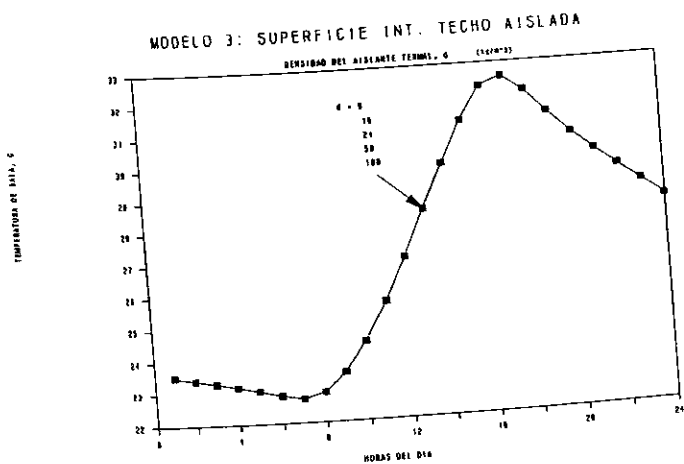


Figura 39. Influencia de la densidad del aislante

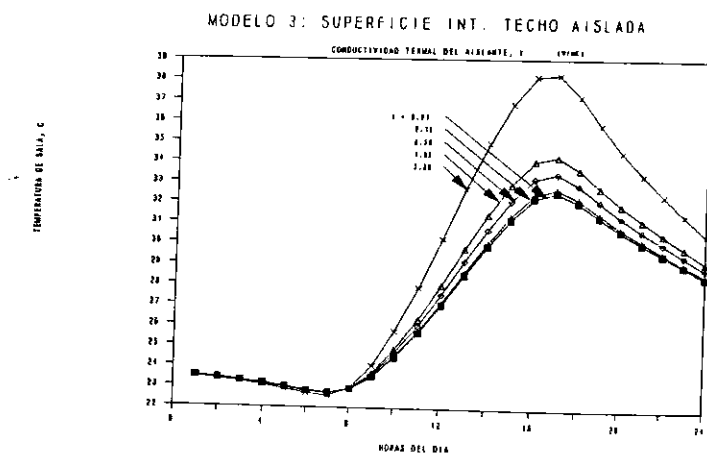


Figura 40. Influencia de la conductividad del aislante

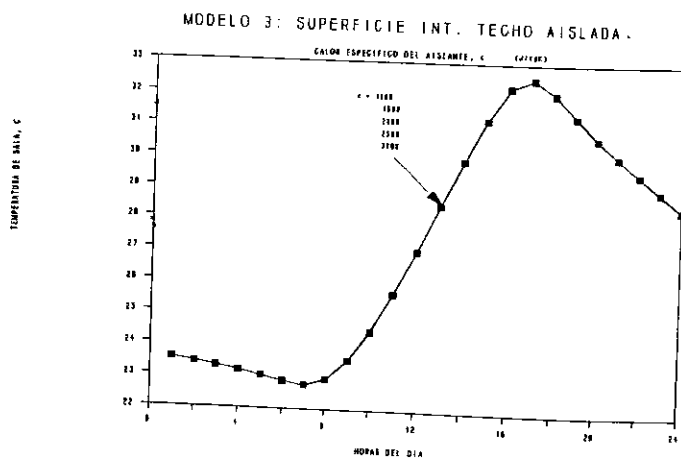


Figura 41. Influencia del calor específico del aislante

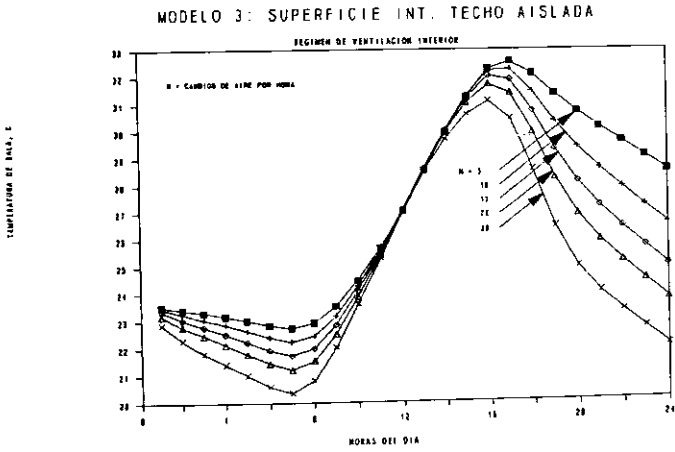


Figura 42. Influencia de la ventilación con techo aislado

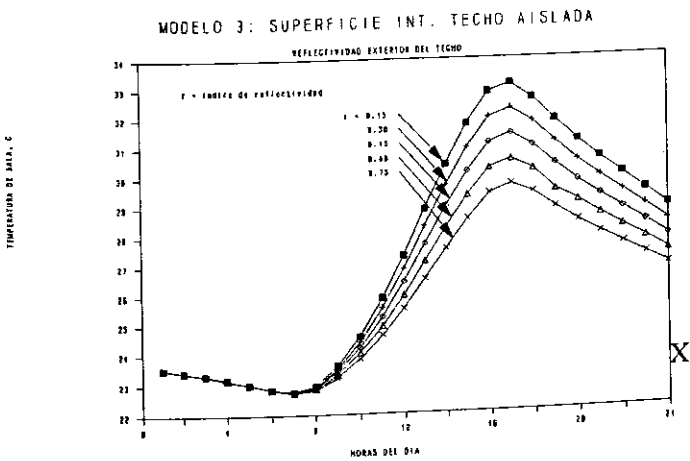


Figura 43. Influencia de la reflectividad termal

Bardález/Modelaje y simulación enfriamiento viviendas

Conclusiones

1. Instalar paneles de sombra sobre el techo de viviendas de bajo costo representa una alternativa efectiva en la utilización del enfriamiento solar natural.
2. No es necesario que el material del panel de sombra tenga características especiales de aislante termal. Esto permite eliminar el uso del asbesto como componente del material del panel.
3. No es necesario que el panel de sombra sea marcadamente grueso. Se pueden usar paneles de espesores milimétricos para reducir el costo.
4. No es necesario instalar el panel de sombra a una distancia muy grande sobre la superficie exterior del techo. Esta distancia puede decidirse a base de criterios de estética y maniobrabilidad.
5. Al instalar paneles de sombra es conveniente fijarlos firmemente sobre el techo para prevenir los efectos destructivos de huracanes y tornados en climas tropicales.
6. Para climas tropicales el uso de láminas de material aislante termal en la superficie interior de paredes y techo de las viviendas no es eficiente.

Recomendaciones

1. Rediseñar las viviendas de bajo costo de uno o dos pisos para su construcción en urbanizaciones populares sin usar paredes compartidas.
2. Para aprovechar la ventilación natural cruzada, en el diseño de las viviendas se debe incrementar la razón de área de ventanas a área de paredes a valores cercanos a 0.50 en las cuatro paredes periféricas.

3. Para disminuir el impacto termal en horas de valores máximos de TR dentro de la casa, en el diseño de las viviendas populares debe incrementarse la altura piso-techo de 2.44 m (8 pies) a 2.74 m (9 pies).
4. Implementar políticas de concientización sobre los beneficios de la utilización del enfriamiento solar natural de viviendas populares.

Referencias

Carnahan, B., Luther, H. A., and Wilkes, J. O., 1969, *Applied Numerical Methods*, John Wiley & Sons, Inc., New York, NY. pp. 132-148

Constantinides, A., 1987, *Applied Numerical Methods with Personal Computers*, McGraw-Hill Book Company, New York, NY. pp. 213-245

Lapidus, L., and Pinder, G. F., 1982, *Numerical Solution of Partial Differential Equations for Science and Engineering*, John Wiley & Sons, Inc., New York, NY. pp. 43-71

Plaza, H., 1979, *Energy Conservation in the Residential Sector by Shading and Insulating*, Research Report, Center for Energy and Environment Research, University of Puerto Rico, Mayaguez Campus, pp. 1-83