

Diseño de un experimento para una máquina de embotellado

Carmen Muñoz Cabán

Guillermo A. Vázquez Soto

Candidatos a graduación en ingeniería industrial, UPPR

Sinopsis

En este artículo se presenta el diseño de un experimento para una máquina de embotellado de la planta que manufactura productos secos en una industria farmacéutica local. El objetivo de este proyecto es identificar los parámetros del proceso de embotellado que queremos controlar y sus niveles adecuados para mantener la cantidad exacta del producto en la botella dentro de los límites especificados. De esta forma se minimiza la variabilidad en peso de la botella y se garantiza la calidad del producto.

Abstract

Experimental design for a bottling process machine

In this article we present an experimental design for a bottling process machine of the dry products plant of a local pharmaceutical industry. Our goal is to identify those parameters of the bottling process that we want to control and the correct levels to fill the exact amount of product into the bottle according to the specifications. This way we minimize the variability in the bottle weight and guarantee the quality of the product.

Introducción

Este proyecto de diseño se desarrolló en una industria farmacéutica. Estas industrias optimizan continuamente sus procesos para cumplir con la Administración de Alimentos y Drogas de los Estados Unidos (FDA, por sus siglas en inglés). La FDA requiere que todas las operaciones estén definidas claramente, de forma que puedan competir en el mercado y no se afecten los cinco valores del producto: la calidad, la identidad, la pureza, la potencia y la seguridad. Para cumplir este requisito es fundamental conocer a cabalidad cada uno de los factores que influyen en los procesos de producción.

La planta en la cual se desarrolló este proyecto produce productos secos en polvo, tabletas y cápsulas y estaba en proceso de expansión para la fecha en que comenzamos el proyecto. El estudio se concentró en la máquina de embotellado de estos productos secos. El proceso de embotellado consiste de llenar las botellas con la cantidad exacta del producto, de acuerdo a las especificaciones del lote. Para que la máquina llene la botella con la cantidad que necesitamos, hay que ajustar parámetros tales como, entre otros, la humedad y la temperatura del cuarto, las distintas velocidades de la máquina, las correas de transporte, el vibrador de la máquina, la presión de la dosificación y la presión del vacío. No hay un método de ajuste para estos parámetros ni para el funcionamiento de la máquina.

El ajuste incorrecto de estos parámetros puede resultar en una variación en el peso de las botellas, lo cual significa mayor cantidad de producto rechazado. Nuestro propósito es diseñar un experimento para optimizar el proceso, minimizar la variabilidad en el peso y, por ende, mantener la calidad del producto. El objetivo de este proyecto es identificar los parámetros a controlar y sus niveles adecuados para mantener la cantidad de producto en la botella dentro de los límites de especificación.

Normalmente los experimentos se hacen para describir algo acerca de un proceso o sistema en particular. Literalmente un experimento es una prueba.

Un diseño de experimento es una prueba o serie de pruebas en las cuales se modifican las variables analizadas de un proceso o sistema para observar e identificar las causas de los cambios en la respuesta. El proceso se puede visualizar como una combinación de máquinas, métodos, personas y otras fuentes que transforman algún insumo en una salida que tiene una o más respuestas observables.

Los métodos de diseño experimental juegan un papel muy importante en procesos de desarrollos y procesos de identificación de problemas para mejorar el rendimiento. Estos métodos se aplican a muchas disciplinas. En efecto, podemos ver la experimentación como parte de un proceso científico y como uno de las rutas para aprender acerca de cómo trabajar los sistemas o procesos.

El diseño de un experimento, o diseño experimental, es una herramienta críticamente importante en el mundo de la ingeniería para mejorar el rendimiento de un proceso de manufactura y se aplica extensamente en el desarrollo de nuevos procesos. La aplicación a tiempo de las técnicas de diseño de experimentos en el desarrollo de un proceso ayuda a:

- mejorar el proceso de producción
- reducir la variabilidad
- acercar los valores experimentales a los valores nominales
- reducir el tiempo de producción
- reducir costos

El diseño experimental también juega un papel importante en los diseños de ingeniería para desarrollar nuevos productos y mejorar la calidad de los productos ya desarrollados.

Un experimento se puede definir también como un curso de acción para contestar una o más preguntas formuladas cuidadosamente. En el experimento se seleccionan ciertos factores para el estudio que se varían deliberadamente bajo situaciones controladas y se observan los efectos de estas variaciones. El plan formal para llevar a cabo el experimento se denomina diseño

Cabán y Vázquez/ Diseño experimental proceso de embotellado

experimental e incluye seleccionar las respuestas, los factores, los niveles, los bloques, los tratamientos y usar los tres principios básicos de un diseño experimental: bloqueo, aleatoriedad y repetición.

El bloqueo es la técnica usada para aumentar la precisión de un experimento. Un bloque es la porción del material experimental que debe ser más homogénea que el material completo. Bloquear consiste de comparar las condiciones de interés en el experimento dentro de cada bloque.

En adición a los factores seleccionados para el estudio, hay otras variables en segundo plano que pueden afectar el resultado del experimento. Si se sabe cuáles son estas variables se puede diseñar el plan del experimento para que estas variables no afecten la información obtenida acerca de los factores de interés primario y a la vez obtener información sobre los efectos de estas variables.

La aleatoriedad es asignar al azar el material experimental y el orden en el cual las corridas individuales o pruebas del experimento se realizan. Los métodos estadísticos requieren que las observaciones sean variables aleatorias distribuidas independientemente. La aleatoriedad aumenta la posibilidad de que las variables no controladas se balanceen y mejora la validez de estimar la varianza del error experimental y aplicar pruebas estadísticas. Siempre que sea posible, la aleatoriedad debe ser parte de un programa experimental.

Una repetición es volver a ejecutar el experimento básico y consiste de una sola observación o corrida experimental. La repetición provee una oportunidad para balancear el efecto de factores no controlados o factores desconocidos y también permite estimar el error experimental. Además, la repetición se convierte en una unidad de medida básica para determinar si las variaciones observadas en los datos son en realidad diferentes estadísticamente. Si el valor medio de la muestra se usa para estimar el efecto de un factor en el experimento, entonces las repeticiones le permiten al experimentador obtener un estimado más preciso de este efecto.

Para realizar un buen experimento es importante definir cuidadosamente los objetivos. La definición de los objetivos requiere del experimentador todos los conocimientos especializados en la materia e incluye seleccionar lo siguiente:

- los factores y sus niveles
- los materiales y procedimientos
- los equipos experimentales
- el método para medir la respuesta

Se debe evitar que otras variables opaquen los efectos de algunos factores.

El utilizar un buen diseño experimental ayuda a liberar las comparaciones de interés de los efectos de variables no controladas y simplifica el análisis de los resultados. Es necesario, además, mantener el experimento libre de prejuicios, consistencias o inconsistencias. Para evitar esto las variables se deben considerar mediante el bloqueo y la aleatoriedad.

Descripción del proceso

Este trabajo de investigación se desarrolla en el área de productos secos en polvo que se envasan en diferentes tamaños de botellas y en diferentes dosis. Para desarrollar esta investigación usamos producto en polvo en dosis de 5 ml. Este producto se envasa en botellas plásticas que deben contener 3.6 gramos de polvo con una tolerancia de $+ 0.27$ gramos.

El proceso de elaboración de este producto consta de dos etapas: manufactura y líneas de embotellado y empaque. Como podemos ver en el apéndice 1, figura 1, la operación se inicia con las estaciones de embotellado con un proceso automatizado. La operación comienza con la orientación de las botellas, que se colocan en la correa transportadora y se dirigen a la llenadora de botellas (apéndice 1, figura 2). Una vez se llenan, las botellas se pesan y se transportan a la máquina colocadora de tapas, donde luego las pesan nuevamente antes de comenzar con la etapa de empaque.

Cabán y Vázquez/ Diseño experimental proceso de embotellado

La etapa de empaque se compone de una máquina que les pega la etiqueta a las botellas. Esta máquina tiene un sistema de inspección automatizado denominado "vision system", que verifica que las botellas tengan las etiquetas y que la información de la etiqueta esté correcta. Una vez se identifican y verifican las botellas, se agrupan en paquetes de cuatro y se colocan en una pequeña caja. Luego se colocan varias de estas cajas en una caja de cartón corrugado. Es importante mencionar que estas etapas son continuas, comenzando con la orientación de las botellas hasta que se colocan en cajas.

La máquina más importante en todo este proceso es la embotelladora, debido a que es con esta máquina que se le asigna la dosis de cada botella. La embotelladora es una máquina de movimientos rotativos continuos, capaz de llenar una amplia variedad de materiales en polvo.

La máquina se alimenta a través de una tolva por la fuerza de gravedad. El producto se succiona hasta los puertos usando presión de aire y se incorpora a la rueda de embotellado. Las botellas que suple la correa transportadora de entrada se llevan hasta el tornillo alimentador, el cual las coloca en la entrada de la rueda de estrella. La rueda coloca las botellas en los elevadores de carga, los cuales suben y sellan las botellas a las terminaciones de los embudos. Mientras la rueda de embotellado rota bajo la tolva del producto, se atrae el producto hacia los puertos hasta llenarlos uniformemente. Entonces los puertos pasan por unos rasadores que eliminan el exceso de producto del borde de los puertos. Mientras tanto, la rueda de embotellado sigue rotando para que los puertos alcancen la posición adecuada para depositar la dosis en los embudos.

El producto se deposita en los embudos por medio de baja presión. Luego el producto fluye a través del embudo a las botellas con la ayuda de la vibración. Después de depositar la dosis en la botella, los puertos rotan por la estación de limpieza, en la cual se limpian los residuos de producto de los puertos y sus respectivos filtros aplicando un golpe de aire momentáneo de alta presión. El sucio creado por la estación de limpieza lo controla el sistema de recolección de polvo. El producto fluye de los embudos a las botellas

mientras éstas viajan alrededor de la cabeza de embotellado y se colocan en la correa transportadora de salida por la rueda de estrella de descarga.

Tamaño de la muestra

Para realizar un experimento hay que determinar el tamaño de la muestra a usar. Lamentablemente no hay una regla general para calcular la muestra. El tipo de datos generados juega un rol importante en la determinación del tamaño de la muestra. Estos datos pueden clasificarse en dos tipos: continuos y discretos.

Las variables discretas tienen un número finito de valores, o infinito pero numerables. Por ejemplo, para determinar la calidad de la botella puede ser que sólo se consideren dos opciones: bueno o malo. Las variables continuas representan datos medidos tales como altura, temperatura, distancia y, como en nuestro caso, el peso.

Para determinar el tamaño de una muestra (n) a observarse en cada tratamiento usamos la siguiente ecuación:

$$n = (U_{\alpha} + U_{\beta})^2 \frac{\sigma^2}{\delta^2} \quad (1)$$

En la ecuación (1), α es la probabilidad de cometer error tipo I, o sea, rechazar la hipótesis nula cuando se debió aceptar. También se conoce como el riesgo del productor. β es la probabilidad de cometer error tipo II, aceptar la hipótesis nula cuando se debió rechazar. Es conocida como el riesgo del consumidor. δ se refiere a la cantidad de incertidumbre aceptable del experimento. Los valores de U en la ecuación (1) se determinan de las tablas de puntos de probabilidades de la distribución normal.

En nuestro caso, donde no se sabe la desviación estándar (σ) de la población, podemos expresar δ en términos de desviación estándar:

Cabán y Vázquez/ Diseño experimental proceso de embotellado

$$\delta = \varepsilon \sigma \quad (2)$$

donde ε se define como la razón de una cantidad aceptable de incertidumbre para la mediana μ . Sustituyendo esta ecuación en la ecuación (1) obtenemos la ecuación (3):

$$n = (U_{\alpha} + U_{\beta})^2 \frac{\sigma^2}{(\varepsilon\sigma)^2} \quad (3)$$

Para cumplir con las regulaciones de la FDA, la compañía estableció los siguientes parámetros:

$$\alpha = 0.10, \quad \beta = 0.05, \quad \varepsilon = 0.27 \quad (4)$$

Con estos valores y las tablas de puntos de probabilidades de la distribución normal podemos obtener lo siguiente:

$$U(\alpha)=1.645, \quad U(\beta)=1.645 \quad (5)$$

Cuando sustituimos todos los valores en la ecuación (3) determinamos que el tamaño de la muestra es:

$$n = (1.645 + 1.645)^2 \frac{\sigma^2}{(0.27 \sigma)^2} = 148.47 = 149 \quad (6)$$

Para determinar nuestra muestra utilizamos la distribución normal. Para tener la certeza de que con este tamaño de muestra obtendremos al menos 1 defecto, o sea una botella fuera de los límites, hay que determinar la probabilidad de encontrar por lo menos 1 defecto en cada corrida. Cuando la muestra (n) es grande y la probabilidad de defectos no está muy cerca de 0 ó 1, la aproximación normal a la binomial es excelente.

$$\mu = n * p \quad (7)$$

$$\sigma^2 = n * p (1 - p) \quad (8)$$

Del análisis de varias corridas de lotes determinamos que la probabilidad de defectos (p) de nuestro proceso es 0.0634 y el valor medio de la muestra (x) es de 3.635, entonces;

$$P(X \geq 1) = P\left\{Z > \frac{X - n * p}{\sqrt{n * p * (1 - p)}}\right\} = 1 - P\left\{Z < \frac{X - n * p}{\sqrt{n * p * (1 - p)}}\right\} = 99.9\% \quad (9)$$

La probabilidad de encontrar por lo menos 1 defecto en cada corrida es de 99.9%, lo que nos asegura obtener datos que provean información más relevante sobre el proceso.

Selección de los factores y niveles

La selección de los factores y niveles es un paso crítico en un diseño de experimento. Se deben seleccionar los factores a variar en el experimento, los rangos sobre los cuales estos factores se modificarán y los niveles específicos

Cabán y Vázquez/ Diseño experimental proceso de embotellado

a los cuales se realizan las corridas. También hay que saber cómo ajustar estos factores a los valores deseados y cómo medirlos. Para esto hay que dominar bien el proceso mediante la experiencia práctica y los conocimientos teóricos. Es importante investigar todos los factores que puedan ser de importancia en la investigación y no obviar ninguno.

Por esta razón comenzamos por comunicarnos con los operadores que actualmente operan la máquina de llenar botellas, los supervisores, los ingenieros de proceso y los técnicos de control de calidad para analizar la estructura y los factores del experimento. Como resultado de este ejercicio identificamos seis factores que vamos a variar durante el experimento:

- Velocidad de la máquina

La velocidad a la cual el sistema central opera, incluyendo la base de los conos, el tornillo de alimentación, las ruedas de estrella de salida y entrada y la rueda de embotellado.

- Presión de vacío

La presión de vacío se usa para depositar el polvo dentro de los conos de la rueda de embotellado y mantener el polvo en los conos hasta que alcancen la dosis requerida.

- Velocidad de la correa transportadora

Esta es la velocidad a la cual la correa transportadora opera. Debe ser suficiente como para suplir una línea continua de botellas al tornillo de alimentación durante la operación. El mantener una velocidad excesiva puede causar inestabilidad en las botellas y, como resultado, botellas viradas. La velocidad óptima de la correa transportadora normalmente es un poco mayor que la velocidad del tornillo.

- Presión de la estación de limpieza

Se usa para limpiar los embudos (conos) y filtros de residuos de polvo después de la dosificación.

- Presión de dosis

La presión de dosis se usa para descargar el puñado de polvo desde el cono hasta la posición de la dosis. Esta presión debe ajustarse para liberar el polvo de los conos sin crear sucio excesivo.

- Velocidad del agitador

Controla la velocidad a la cual rotan los agitadores dentro del embudo. La misma debe ajustarse antes de comenzar a llenar los puertos. El mantener una velocidad excesiva puede dañar el producto y si la velocidad es muy lenta puede disminuir la producción.

La tabla 1 presenta los factores y los niveles a los cuales se ajustó cada factor y las unidades de medición.

Tabla 1. Factores y niveles del diseño del experimento

Factores	Nivel		Unidades
	Bajo	Alto	
Velocidad de la máquina	175	180	botellas / minuto
Presión de vacío	20	22	in/Hg
Presión de la estación de limpieza	7	10	psig
Presión de la dosis	7	8	psi
Velocidad de la correa	65	70	revoluciones/minuto
Velocidad del agitador	6	7	revoluciones/minuto

Selección de las variables de respuesta

La selección de las variables de respuesta es otro paso crítico en nuestro experimento. Debemos estar seguros de que las variables proveen información útil acerca del proceso bajo estudio y son de relevancia para la investigación. Para este experimento la respuesta es cuantitativa continua, en la cual los resultados pueden tomar solamente números finitos o infinitos contables de valores. Nuestra respuesta es la variabilidad en el peso final de la botella (valor nominal 3.6 gramos con una tolerancia de + 0.27 gramos), que se pesa botella por botella utilizando una balanza electrónica localizada posterior a la máquina de llenar botellas.

Selección del diseño experimental

Los estadísticos han desarrollado estructuras establecidas de experimentos llamados diseños de experimentos. Estos diseños tienen cierta relación con el propósito, necesidad y limitaciones físicas del experimento. Además, proveen ciertas ventajas económicas en la experimentación y un método confiable y seguro de estimar los efectos experimentales y validar la estimación de la varianza. Los experimentos pueden clasificarse de acuerdo a lo siguiente:

- Por el número de factores experimentales a investigar (ejemplo, factores simples o diseño multifactor).
- Por la estructura del diseño experimental (ejemplo, bloqueo, factorial o superficie de respuesta).

En nuestro caso contamos con varios factores y niveles y, por su cantidad, no es práctico correr todas las combinaciones. Es por esto que nuestro diseño es factorial fraccionado, en el cual varios factores se investigan a varios niveles, pero sólo un subconjunto del diseño factorial completo se corre. En un experimento factorial hay dos o más factores y todas las condiciones experimentales se realizan de forma completamente aleatoria.

Cuando encontramos que nuestro experimento tenía seis factores, consideramos la posibilidad de usar sólo una fracción de los tratamientos. De esta manera decidimos hacer un experimento factorial fraccional de resolución VI, en el cual consideraríamos sólo una porción de los tratamientos que se realizan, para decidir sobre el efecto de distintos factores.

Cuando decimos que un diseño factorial fraccional es de resolución VI, lo que estamos diciendo es que los efectos principales son alias con interacciones de cinco factores, las interacciones de dos factores son alias con interacciones de cuatro factores y donde las interacciones de tres factores son alias con otras interacciones de tres factores. Nuestro experimento se compone de seis factores, logrando variar cada uno de ellos en dos niveles. Para el mismo consideramos una fracción igual a la mitad de las corridas. Este experimento 2^{6-1} consiste de 32 corridas de tratamientos completamente aleatorios. Para seleccionar los 32 tratamientos nos referimos a la tabla de arreglos ortogonales (+/-) para el diseño factorial 2^6 que tiene un total de 64 tratamientos. De esa tabla seleccionamos sólo los tratamientos que tienen signo positivo (+) en la columna de la interacción mayor ABCDEF, conocida como la columna identidad.

Selección de las corridas

Las corridas se realizaron aleatoriamente según se presenta en la Tabla 2. Los tratamientos o combinaciones de los niveles se seleccionaron de la tabla de arreglos ortogonales para un experimento 2^6 y luego las comparamos con la tabla de alias para un experimento factorial fraccional 2^{6-1} .

Desarrollo de las corridas

Con la colaboración de un supervisor bien familiarizado con la máquina de llenar botellas se realizaron las 32 corridas experimentales. De las corridas realizadas obtuvimos los datos que aparecen en la Tabla 3. Estos valores por tratamiento representan el valor medio de los 149 valores obtenidos en cada corrida.

Cabán y Vázquez/ Diseño experimental proceso de embotellado

Table 2: Modelo de las corridas

Corrida	Núm corrida	Velocidad de la máquina	Presión de vacío	Presión de limpieza	Presión de dosis	Velocidad transportador	Velocidad agitador
1	4	175	20	7	7	65	6
2	27	180	20	7	7	65	7
3	19	175	22	7	7	65	7
4	3	180	22	7	7	65	6
5	18	175	20	10	7	65	7
6	26	180	20	10	7	65	6
7	8	175	22	10	7	65	6
8	30	180	22	10	7	65	7
9	28	175	20	7	8	65	7
10	11	180	20	7	8	65	6
11	1	175	22	7	8	65	6
12	20	180	22	7	8	65	7
13	13	175	20	10	8	65	6
14	7	180	20	10	8	65	7
15	5	175	22	10	8	65	7
16	24	180	22	10	8	65	6
17	25	175	20	7	7	70	7
18	21	180	20	7	7	70	6
19	31	175	22	7	7	70	6
20	23	180	22	7	7	70	7
21	32	175	20	10	7	70	6
22	22	180	20	10	7	70	7
23	16	175	22	10	7	70	7
24	17	180	22	10	7	70	6
25	9	175	20	7	8	70	6
26	29	180	20	7	8	70	7
27	10	175	22	7	8	70	7
28	2	180	22	7	8	65	7
29	15	175	20	10	8	70	7
30	6	180	20	10	8	70	6
31	14	175	22	10	8	70	6
32	12	180	22	10	8	70	7

Table 3: Resultados de las corridas

Corrida	Corrida	Velocidad máquina	Presión vacío	Presión limpieza	Presión dosis	Velocidad transportador	Velocidad agitador	Valor observado
1	4	175	20	7	7	65	6	3.45
2	27	180	20	7	7	65	7	3.3
3	19	175	22	7	7	65	7	3.4
4	3	180	22	7	7	65	6	3.35
5	18	175	20	10	7	65	7	3.62
6	26	180	20	10	7	65	6	3.52
7	8	175	22	10	7	65	6	3.58
8	30	180	22	10	7	65	7	3.38
9	28	175	20	7	8	65	7	3.70
10	11	180	20	7	8	65	6	3.87
11	1	175	22	7	8	65	6	3.9
12	20	180	22	7	8	65	7	3.84
13	13	175	20	10	8	65	6	3.89
14	7	180	20	10	8	65	7	3.78
15	5	175	22	10	8	65	7	3.8
16	24	180	22	10	8	65	6	3.85
17	25	175	20	7	7	70	7	3.47
18	21	180	20	7	7	70	6	3.3
19	31	175	22	7	7	70	6	3.38
20	23	180	22	7	7	70	7	3.29
21	32	175	20	10	7	70	6	3.62
22	22	180	20	10	7	70	7	3.22
23	16	175	22	10	7	70	7	3.63
24	17	180	22	10	7	70	6	3.5
25	9	175	20	7	8	70	6	3.89
26	29	180	20	7	8	70	7	3.76
27	10	175	22	7	8	70	7	3.87
28	2	180	22	7	8	65	7	3.9
29	15	175	20	10	8	70	7	3.88
30	6	180	20	10	8	70	6	3.93
31	14	175	22	10	8	70	6	3.88
32	12	180	22	10	8	70	7	3.83

Análisis de los datos

Hemos denotado con letras mayúsculas el efecto del factor. Por ejemplo, "A" se refiere al efecto del factor A, "B" se refiere al efecto del factor B, "AB" se refiere a la interacción "AB" y así sucesivamente. En este experimento 2^{6-1} , los niveles bajos y altos de los factores se denotan por "-" y "+" respectivamente. Las 32 combinaciones de tratamientos en el diseño

Cabán y Vázquez/ Diseño experimental proceso de embotellado

experimental se representan por letras minúsculas.

El análisis de varianza (ANOVA) se usa para determinar las variables que son significativas en este proceso. Con los datos obtenidos de las corridas hicimos un análisis de varianza, el cual nos ayudó a concluir sobre cuáles de los factores y las interacciones en este experimento son significativos.

El ANOVA considera la suma de cuadrados de los efectos y sus interacciones. A través del contraste se estiman tales efectos e interacciones. El contraste es el efecto total del factor y es ortogonal. Se puede encontrar el contraste para estimar cualquier efecto multiplicando los signos en la columna del efecto apropiado del arreglo ortogonal por el peso correspondiente en cada combinación de tratamiento y luego sumándolos. La suma de los cuadrados para cualquier contraste puede calcularse cuadrando los contrastes y dividiéndolos entre el número de observaciones o tratamientos por el número de repeticiones.

Los resultados del análisis se muestran en la Tabla 4. Los cálculos se hicieron en una computadora utilizando el programa "Statgraphics". Este programa tiene capacidad para analizar datos de diseño experimental. Se puede ver que el valor medio cuadrado difiere entre tratamientos. Esto indica que es poco probable que la media de los tratamientos sea igual. Formalmente se puede calcular la razón F_e y compararla con $F_{.05,1,10}=4.96$.

Si $F_e > F_{.05,1,10}$ podemos concluir que hay diferencia entre los valores medios de los tratamientos. Esto significa que ese tratamiento o interacción afecta la respuesta. En este caso se afecta la cantidad en gramos de polvo que que la botella debe contener.

Para confirmar nuestra conclusión sobre cuáles son los factores significativos a base del ANOVA hicimos una gráfica de probabilidad normal ("normal probability plot"), una gráfica de Pareto y una gráfica de Pareto estandarizado (Apéndices C, D y E respectivamente). Estas gráficas nos confirman, junto al ANOVA, cuán bien el modelo preparado representa la

realidad del proceso de interés. Los factores que no son significativos están distribuidos normalmente y tienden a caer a lo largo de una línea recta en una gráfica de probabilidad normal, en la cual los efectos significativos no caen a lo largo de la línea recta.

Tabla 4: ANOVA para experimentos factoriales

Variación	Suma cuadrados	Grados libertad	Valor medio cuadrados	F _e
A: Máquina	0.05611250	1	0.0561125	12.42
B: Vacío	0.00101250	1	0.0010125	0.22
C: Purge	0.04805000	1	0.0480500	10.64
D: Dosis	1.34480000	1	1.3448000	297.69
E: Transportador	0.00045000	1	0.00045000	0.10
F: Agitador	0.03380000	1	0.0338000	7.48
AB	0.00361250	1	0.0036125	0.80
AC	0.00605000	1	0.0060500	1.34
AD	0.04805000	1	0.0480500	10.64
AE	0.00605000	1	0.0060500	1.34
AF	0.01125000	1	0.0112500	2.49
BC	0.00125000	1	0.0012500	0.28
BD	0.00080000	1	0.0008000	0.18
BE	0.00180000	1	0.0018000	0.40
BF	0.00605000	1	0.0060500	1.34
CD	0.03251250	1	0.0325125	7.20
CE	0.00001250	1	0.0000125	0.00
CF	0.00151250	1	0.0015125	0.33
DE	0.00781250	1	0.0078125	1.73
DF	0.00211250	1	0.0021125	0.47
EF	0.00061250	1	0.0006125	0.14
Error total	0.0451750	10	0.0045175	
Total	1.65888750	31		

Cabán y Vázquez/ Diseño experimental proceso de embotellado

Las gráficas de Pareto nos ayudan, de igual forma, a identificar los efectos más importantes. Esta gráfica presenta en forma de barra el orden de los tamaños de los efectos, con el efecto mayor en la parte superior. Por otro lado, el Pareto estandarizado incluye una línea vertical en el valor t crítico para un $\alpha = .05$. El efecto que excede esta línea puede considerarse significativo.

De la información que surge del análisis de variancia, en la cual al comparar los valores de la razón F_e con el valor teórico de $F_{e, .05, 1, 10} = 4.96$, podemos identificar que los factores con mayor valor que el valor teórico son los que tienen mayor impacto en nuestro proceso. Cuando analizamos la gráfica de probabilidad normal (apéndice 1, figura 3), pudimos observar que los mismos factores e interacciones que refleja el ANOVA como factores significativos son los que al trazar una línea a lo largo de los datos permanecen más lejos de ella. También para confirmar desarrollamos dos gráficas de Pareto (apéndice 1, figuras 4 y 5) en las que por tercera y cuarta vez pudimos confirmar que los factores significativos son A, C, D, F y las interacciones AD y CD. En la gráfica de Pareto estandarizado el programa "Statgraphics" traza una línea vertical en el valor t crítico, en el cual, si observamos la gráfica (apéndice 1, figura 5), vemos que los factores A, C, D, F y las interacciones AD y CD son los factores significativos. Con estos factores significativos preparamos un diagrama de efecto (apéndice 1, figura 6). En el mismo podemos observar el cambio en respuesta al cambiar los factores de nivel alto a bajo.

Verificación del diagnóstico

Ya conocidos los factores significativos calculamos el efecto de cada uno de ellos:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{16}(-3.45+3.30-3.40+3.35-3.62+3.52-3.58+3.38-3.70+3.87-3.90+3.84 \\ &\quad -3.89+3.78-3.80+3.85-3.47+3.30-3.38+3.29-3.62+3.22-3.63+3.50 \\ &\quad -3.89+3.76-3.87+3.90-3.88+3.93-3.88+3.83) \\ A &= -1.34/16=0.0837 \end{aligned} \quad (10)$$

$$C = \frac{1}{16}(-3.45-3.30-3.40-3.35+3.62+3.52+3.58+3.38-3.70-3.87-3.90 \\ -3.84+3.89+3.78+3.80+3.85-3.47-3.30-3.38-3.29+3.62+3.22 \\ +3.63+3.50-3.89-3.76-3.87-3.90+3.88+3.93+3.88+3.83) \quad (11)$$

$$C = \frac{1.24}{16} = 0.0775$$

$$D = \frac{1}{16}(-3.45-3.30-3.40-3.35-3.62-3.52-3.58-3.38+3.70+3.87+3.90 \\ +3.84+3.89+3.78+3.80+3.85-3.47-3.30-3.38-3.29-3.62-3.22-3.63 \\ -3.50+3.89+3.76+3.87+3.90+3.88+3.93+3.88+3.83) \quad (12)$$

$$D = \frac{6.56}{16} = 0.4100$$

$$F = \frac{1}{16}(-3.45+3.30+3.40-3.35+3.62-3.52-3.58+3.38+3.70-3.87 \\ -3.90+3.84-3.89+3.78+3.80-3.85+3.47-3.30-3.38+3.29-3.62+3.22 \\ +3.63-3.50-3.89+3.76+3.87-3.90+3.88-3.93-3.88+3.83) \quad (13)$$

$$F = \frac{-1.40}{16} = 0.0875$$

$$AD = \frac{1}{16}(-3.45-3.30+3.40-3.35+3.62-3.52+3.58-3.38-3.70+3.87 \\ -3.90+3.84-3.89+3.78-3.80+3.85+3.47-3.30+3.38-3.29+3.62 \\ -3.22+3.63-3.50-3.89+3.76-3.87+3.90-3.88+3.93-3.88+3.83) \quad (14)$$

$$AD = -5.66/16 = -0.3537$$

$$CD = \frac{1}{16}(-3.45+3.30+3.40+3.35-3.62-3.52-3.58-3.38-3.70-3.87 \\ -3.90-3.84+3.89+3.78+3.80+3.85+3.47+3.30+3.38+3.29-3.62-3.22 \\ -3.63-3.50-3.89-3.76-3.87-3.90+3.88+3.93+3.88+3.83) \quad (15)$$

$$CD = \frac{-7.92}{16} = -0.4950$$

Entonces podemos estimar los gramos que pesaría una botella mediante el siguiente modelo:

Cabán y Vázquez/ Diseño experimental proceso de embotellado

$$Y = 3.643 - \left(\frac{0.0837}{2}\right)X_1 + \left(\frac{0.0775}{2}\right)X_3 + \left(\frac{0.4100}{2}\right)X_4 - \left(\frac{0.0875}{2}\right)X_6 - \left(\frac{0.3537}{2}\right)X_1X_4 - \left(\frac{0.4950}{2}\right)X_3X_4 \quad (16)$$

$$Y = 3.643 - 0.04185X_1 + 0.03875X_3 + 0.205X_4 - 0.04375X_6 - 0.17685X_1X_4 - 0.2475X_3X_4$$

donde 3.643 es el valor medio de la respuesta y las variables X_1 , X_3 , X_4 y X_6 representan los factores A, C, D y F respectivamente y toman los valores "+" o "-", esto es, "+1" o "-1".

Con este modelo el peso en gramos de la botella puede predecirse en cualquier punto o tratamiento en el diseño, según lo presenta la tabla 5. En la gráfica de probabilidad normal de los residuales (apéndice 1, figura 7), los puntos quedaron razonablemente unidos en una línea recta, lo que sustenta nuestra conclusión de que A, C, D, F, AD y CD son los efectos significativos.

Conclusiones

A base de los resultados del análisis de varianza, los cuales fueron sustentados con las gráficas de probabilidad normal y Pareto, encontramos que los factores A (velocidad de máquina), C (presión de la estación de limpieza), D (presión de la dosis), F (velocidad del agitador) y las interacciones AD y CD son los factores que tienen influencia importante sobre el peso del producto por botella. Con el modelo generado de este proyecto podemos concluir, además, que si los factores A, D y F se mantienen en sus niveles bajos y el factor C en su nivel alto obtendremos un peso de 3.633 gramos.

$$\begin{aligned} Y &= 3.643 - 0.04185X_1 + 0.03875X_3 + 0.2050X_4 - 0.04375X_6 - 0.17685X_1X_4 \\ &\quad - 0.2475X_3X_4 \\ Y &= 3.643 - 0.04185(-) + 0.03875(+) + 0.2050(-) - 0.04375(-) \\ &\quad - 0.17685(-)(-) - 0.2475(+)(-) \\ Y &= 3.633 \text{ gramos} \end{aligned} \quad (19)$$

Tabla 5: Predicciones utilizando el modelo

Orden de corridas	Efectos	Observación	Cálculo	Error
4	(1)	3.45	3.04	0.41
27	af	3.30	3.25	0.05
19	bf	3.40	3.98	0.42
3	ab	3.35	3.31	-0.04
18	cf	3.62	3.55	0.07
26	ac	3.52	3.89	-0.37
8	bc	3.58	3.62	-0.04
30	abef	3.38	3.82	-0.44
28	df	3.70	3.24	-0.54
11	ad	3.87	3.87	0
1	bd	3.90	3.30	-0.4
20	abdf	3.84	3.80	0.04
13	cd	3.89	3.88	0.01
7	aedf	3.78	3.38	0.4
5	bcdf	3.80	3.82	-0.02
24	abcd	3.85	3.45	0.4
25	ef	3.47	3.98	0.49
21	ac	3.30	3.31	-0.01
31	be	3.38	3.04	0.34
23	abef	3.29	3.25	0.04
32	ce	3.62	3.62	0
22	acef	3.22	3.82	-0.6
16	beef	3.63	3.55	0.08
17	abce	3.50	3.89	-0.39
9	de	3.89	3.30	-0.41
29	adef	3.76	3.80	-0.04
10	bdef	3.87	4.24	-0.37
2	abde	3.90	3.87	0.03
15	cdef	3.88	3.82	0.06
6	acde	3.93	3.45	0.48
14	bede	3.88	3.88	0
12	abcdef	3.83	3.38	0.45

Estudios realizados anteriormente reflejan que el peso óptimo debe ser 3.60 gramos, pero si se mantiene entre 3.33 y 3.87 gramos, el producto mantiene los cinco valores. De esta manera, el modelo desarrollado en este proyecto nos lleva a predecir muy de cerca el peso óptimo con un error de tan

Cabán y Vázquez/ Diseño experimental proceso de embotellado

solo +0.03 gramos. De esta manera quedan satisfechos nuestros objetivos.

Recomendaciones

El diseño de un experimento estadístico es una estrategia ordenada y planificada que nos sirve de guía para alcanzar las condiciones óptimas de nuestros procesos. Es necesario contar con tiempo y recursos para realizar la experimentación necesaria que nos lleve a dominar nuestros procesos.

Para este proyecto recomendamos realizar una validación de las conclusiones obtenidas después de nuestro análisis. Además, recomendamos que la compañía adiestre al personal en técnicas y métodos experimentales, y que se haga un diseño experimental a las diferentes máquinas de llenar botellas, las cuales entendemos que son de las máquinas más importantes del proceso.

Apéndice 1

- Figura 1. Flujograma del proceso
- Figura 2. Máquina de llenar botellas
- Figura 3. Gráfica de probabilidad normal para peso
- Figura 4. Gráfica de Pareto para peso
- Figura 5. Gráfica de Pareto estandarizado para peso
- Figura 6. Gráfica de efectos principales para peso
- Figura 7. Gráfica de probabilidad normal para residuales

Cabán y Vázquez/ Diseño experimental proceso de embotellado

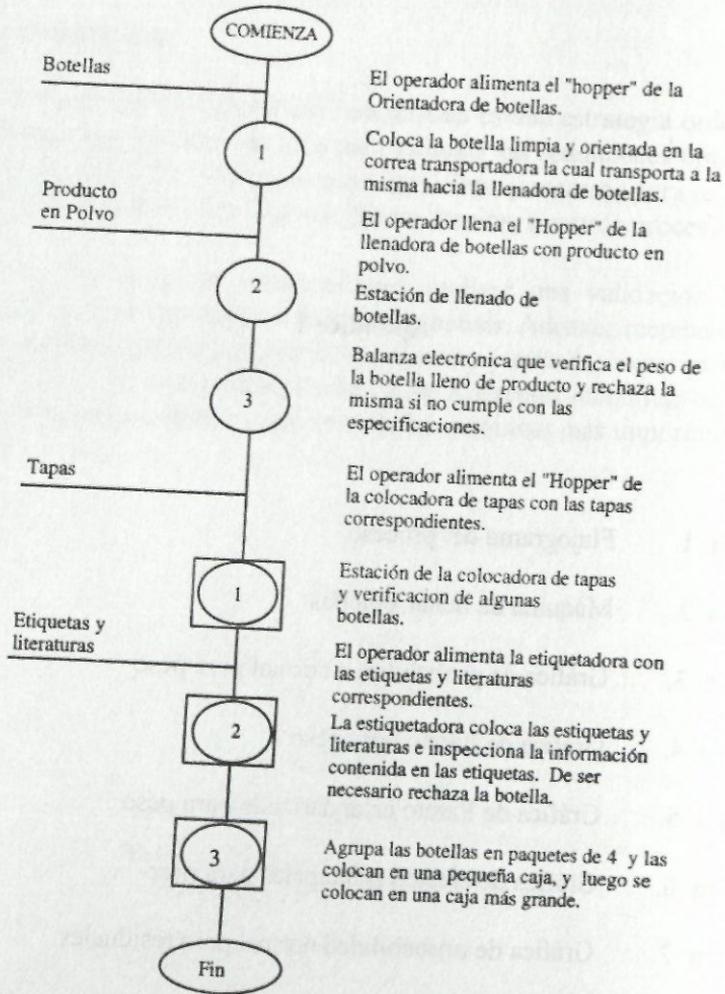


Figura 1. Flujograma del proceso

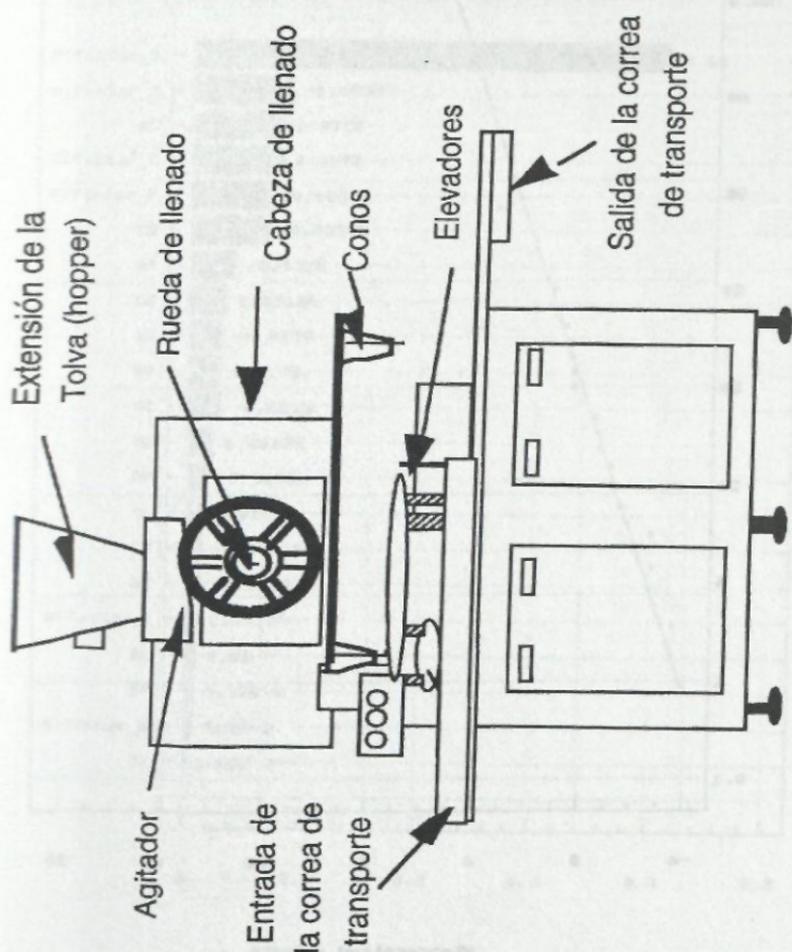


Figura 2. Máquina embotelladora

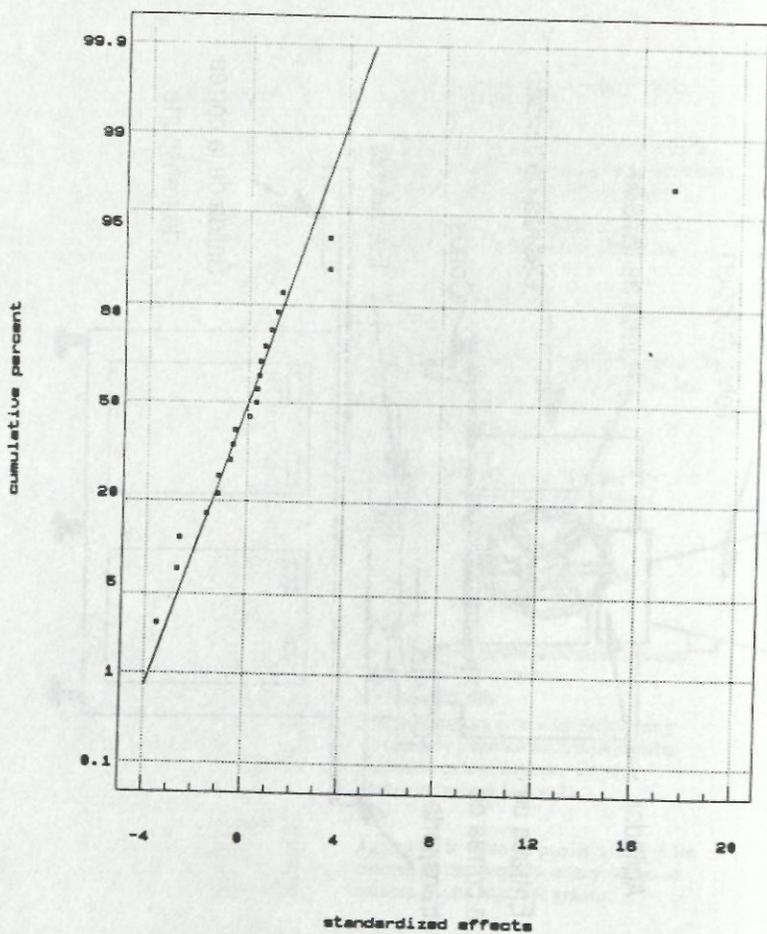


Figura 3. Probabilidad normal para peso

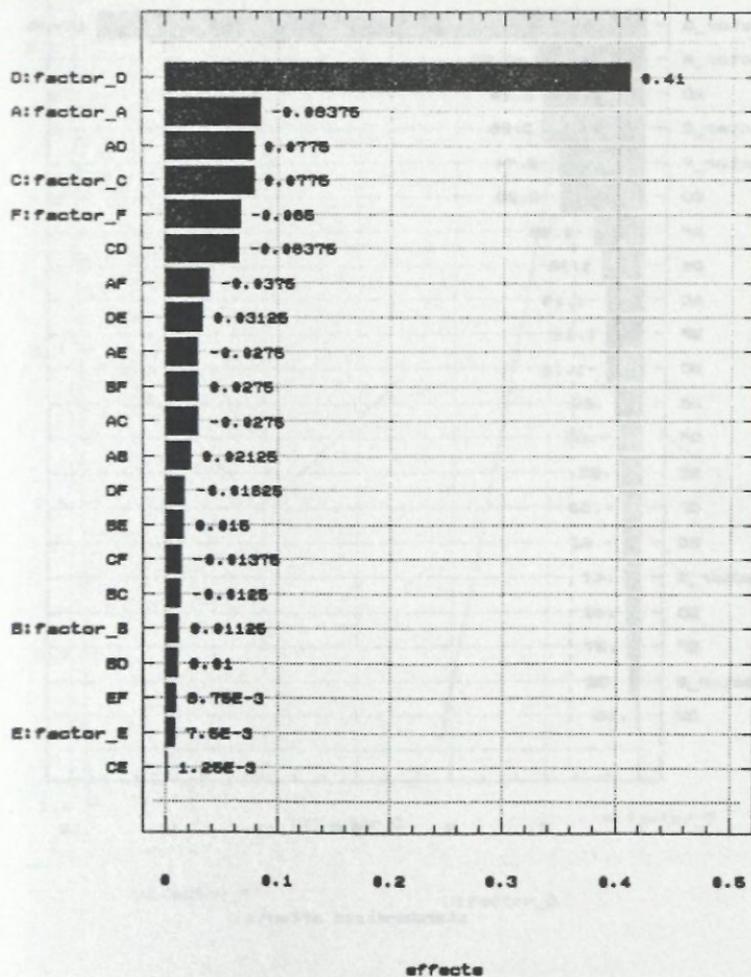


Figura 4. Pareto para peso

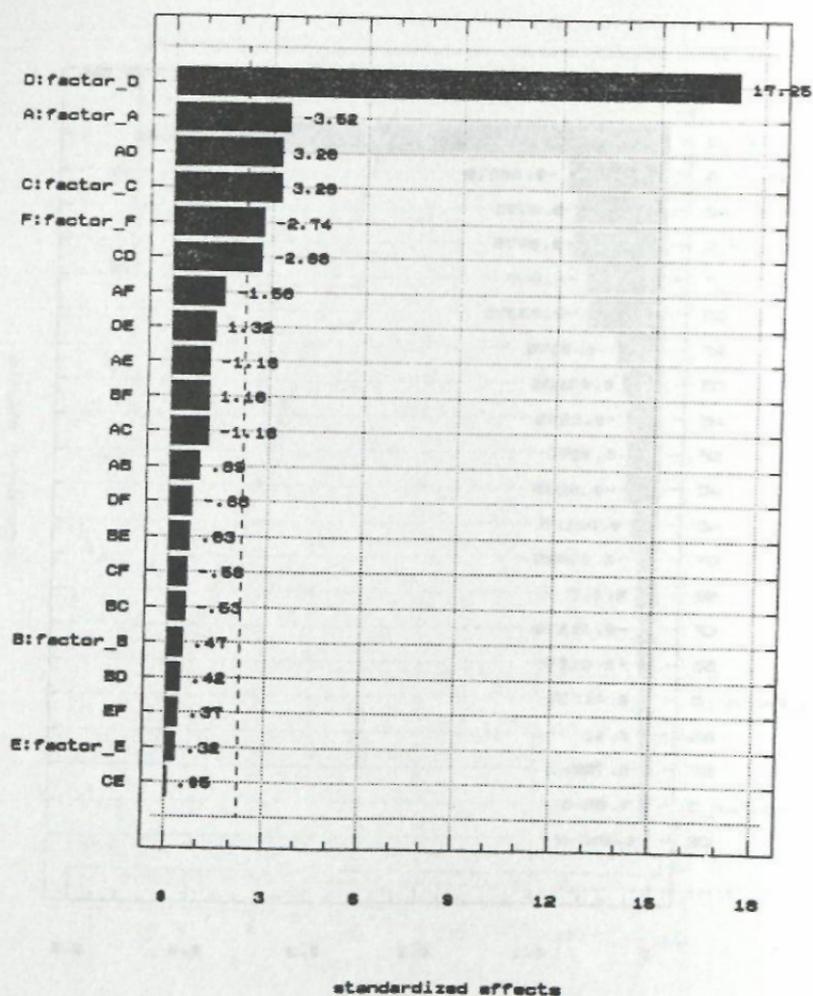


Figura 5. Pareto estandarizado para peso

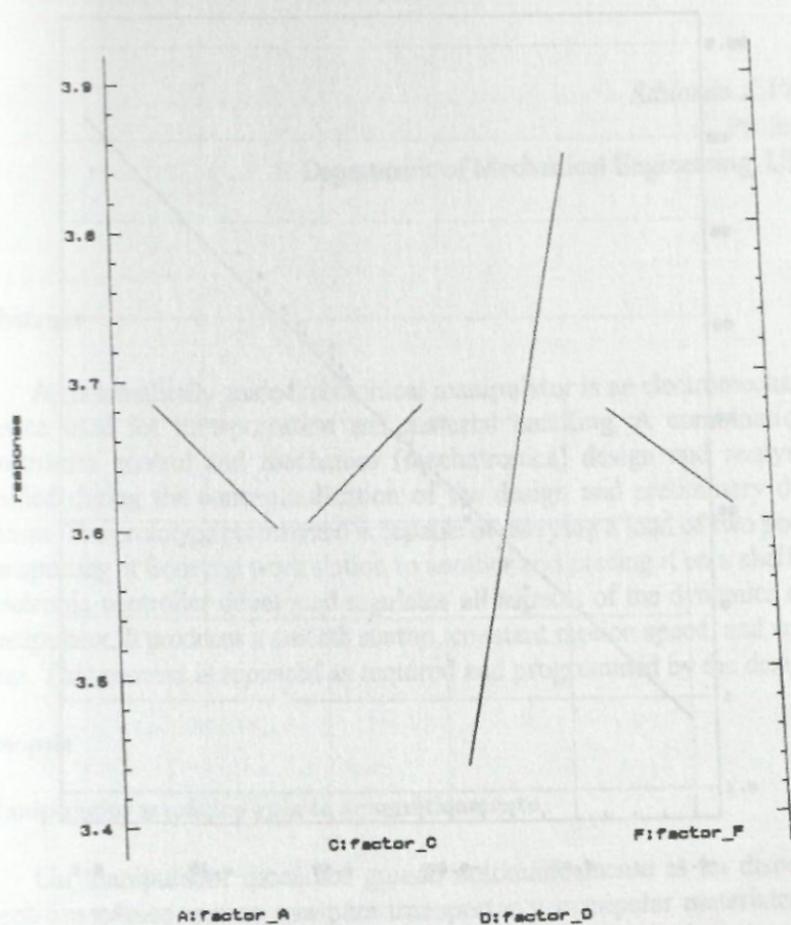


Figura 6. Efectos principales para peso

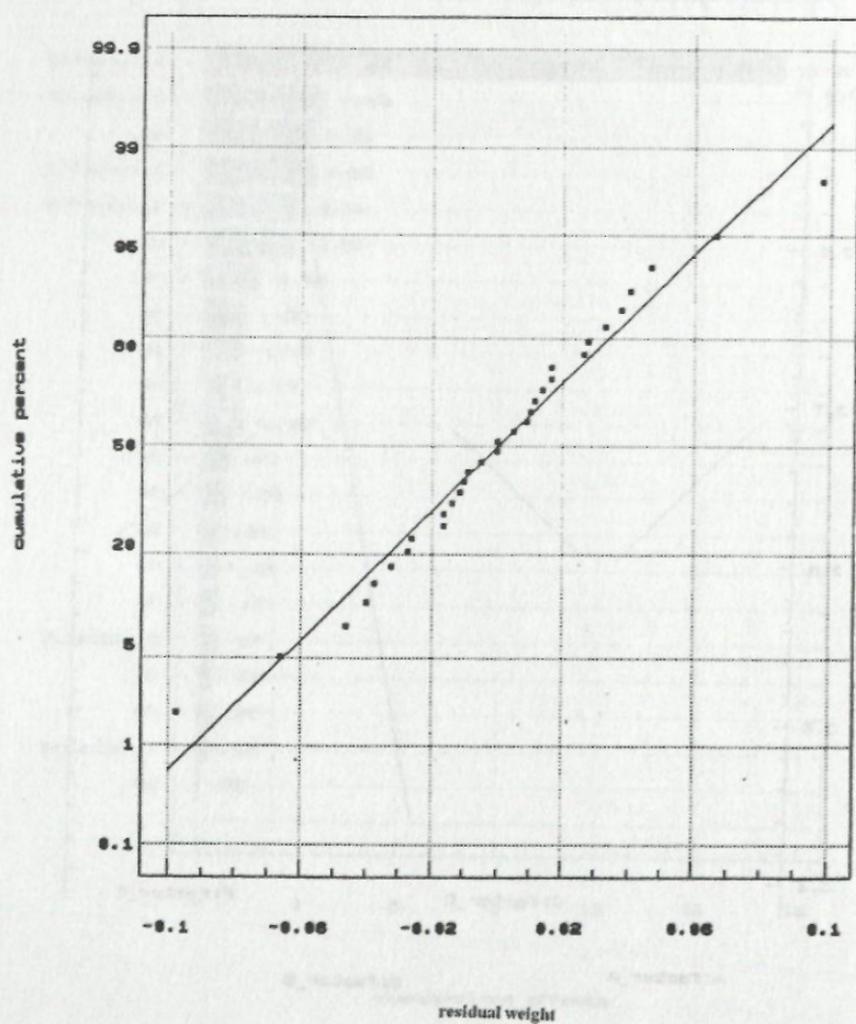


Figura 7. Probabilidad normal para residuales