# Despacho económico considerando la distribución del margen de reserva en regulación

*Lillivette Parés Santiago*
*Ramón J. Ramírez Varona*
*Candidatos a graduación*

**Sinopsis**

En este estudio se presenta el concepto del margen de reserva en regulación en un despacho económico usando el método de multiplicadores indeterminados de Lagrange. El margen de reserva en regulación es la cantidad de reserva de generación que debe estar disponible dentro de un margen de tiempo específico. Nuestro estudio no considera las pérdidas en el sistema eléctrico porque queremos enfatizar únicamente el efecto del margen de reserva en regulación en un despacho económico convencional.

**Abstract**

This paper presents the concept of the regulating reserve margin in an economic dispatch by using the Lagrange method of undetermined multipliers. The regulating reserve margin is the amount of generation that should be available within a certain time period. Our study does not consider system losses because we want to emphasize the effect of the reserve margin on a conventional economic dispatch.

**Introducción**

Una de las responsabilidades más importantes del operador y planificador de un sistema de potencia es el garantizar un servicio confiable. La confiabilidad del sistema de generación recibe atención específica en los estudios del sistema eléctrico y en el diseño y construcción del equipo eléctrico y de las líneas de transmisión y distribución.

Luego que se diseña y construye un sistema de potencia, el operador del sistema es responsable de la operación del sistema de manera que no se excedan los límites de diseño. El operador debe estar alerta a condiciones que puedan afectar la confiabilidad del sistema para prevenir situaciones peligrosas e indeseables. Ante la eventaluidad de un colapso del sistema hay que prepararse para restaurar el servicio lo más rápido posible y mantener la confiabilidad del sistema en su nivel óptimo.

Las unidades generatrices tienen ciertas limitaciones para responder a los cambios súbitos de carga. La regulación de una unidad hidroeléctrica la limita la razón a la que pueda acelerarse el agua en la tubería de alimentación de la turbina o rueda hidraúlica[1]. En las unidades térmicas la limitación para responder a estos cambios súbitos proviene de la razón a la que se produzca el vapor en las calderas.

Una reserva en rotación adecuada es uno de los factores más importantes para mantener la normalidad del sistema eléctrico cuando se va a compensar pérdida de generación. Es importante distribuir la reserva en rotación requerida entre varias de las unidades generatrices. Si se asigna toda o la mayoría de la reserva a una unidad grande la probabilidad de no tener reserva en caso de emergencia aumenta, ya que existe la posibilidad de perder la unidad que tiene la reserva. Cuando la reserva se divide entre varias unidades aumenta la seguridad para aportar generación en la restauración del sistema y se reduce la posibilidad de inestabilidad o sobrecarga de líneas y equipos.

Prácticas en la operación de los sistemas de potencia especifican que cierta porción de la reserva en rotación debe estar disponible en un tiempo específico con el propósito de proteger el sistema en caso de surgir una pérdida repentina en la capacidad de generación[2]. En adición, un sistema de potencia debe mantener adecuadamente las altas y bajas de las demandas de los consumidores. La función del margen de regulación es satisfacer estos dos

---

[1] Compuerta para restricción, desviación o regulación del paso de agua.

[2] Stadlin, Walter O., 1979, "Economic Allocation of Regulating Margin", *IEEE Winter Power Meeting,* New York, NY, January 31 - February 5.

requisitos.

**Definiciones**

A continuación se define una serie de términos importantes para el desarrollo de nuestro trabajo.

| | |
|---|---|
| F | Costo de producción ($-hora) |
| M | Margen de regulación total en MW |
| P | Generación neta en MW |
| PD | Potencia total en MW |
| PL | Pérdida total de transmisión en MW |
| $\sum F_i/P_D$ | Costo total promedio ($/MW-hora) |
| $dM_i/dP_i$ | Margen de regulación incremental |
| $\partial P_L/\partial P_i$ | Pérdidas incrementales de transmisión |
| $\lambda$ | Multiplicador de Lagrange que representa el costo incremental de potencia entregada ($/MW-hora) |
| $\mu$ | Multiplicador de Lagrange que representa el costo incremental del margen de regulación ($/MW-hora) |

**Concepto del multiplicador de Lagrange**

Es relativamente fácil encontrar el máximo o mínimo de una función matemática usando las reglas de cálculo. Primeramente se deben hallar los valores de las variables para los que la primera derivada de la función con respecto a cada variable sea igual a cero. De la segunda derivada se determina si la solución representa un máximo o un mínimo.

El objetivo en un problema de optimización es el maximizar o minimizar una función matemática que llamaremos la función objetiva. Las restricciones que debe satisfacer la función objetiva son condiciones representadas por funciones y límites de las variables simples. La región definida por las restricciones es la región factible o viable ("feasible region") para las variables independientes. Si las restricciones son tales que no se puede definir esta región, esto es, que no hay valores de las variables independientes que satisfagan las restricciones, entonces el problema tiene soluciones no factibles.

Analicemos una función objetiva de tipo elíptica simple:

$$f(x_1,x_2) = 0.25\ x_1^2 + x_2^2 \tag{1}$$

La figura 1 presenta de manera gráfica la ecuación 1. Usaremos esta ecuación para demostrar un problema de optimización con restricciones[3]. Queremos minimizar la ecuación 1 con las siguientes restricciones:

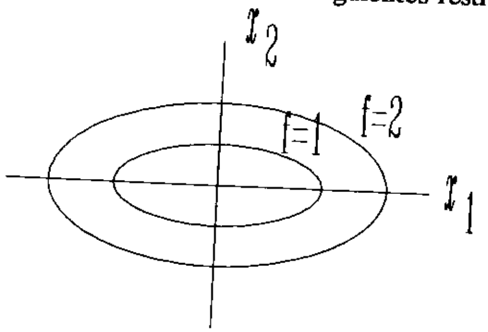


Figura 1. Función objetiva de tipo elíptica simple

[3] Wood, Allen J. and Wollemberg, Bruce F., 1984, *Power Generation, Operation and Maintenance,* John Wiley and Sons, New York.

$$w(x_1,x_2) = 0 \tag{2}$$

$$w(x_1,x_2) = 5 - x_1 - x_2 \tag{3}$$

La figura 2 ilustra el valor mínimo de la función objetiva sujeto a la función de restricción **w**. Este punto óptimo ocurre donde la función **f** es exactamente tangente a la función **w**. Esta observación forma la base para el desarrollo de los multiplicadores de Lagrange.

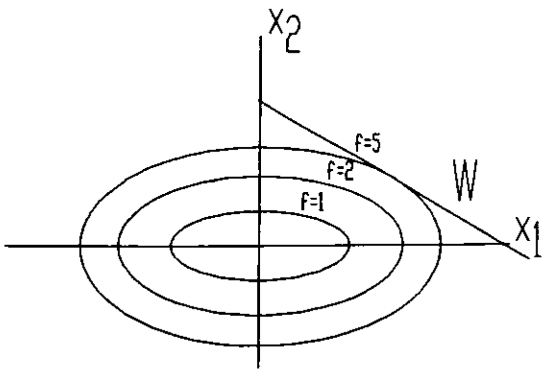


Figura 2. Función objetiva con la ecuación de restricción

La figura 3 presenta la función **f** ya resuelta para varios valores alrededor del punto óptimo. El vector gradiente para el punto $(x_1', x_2')$ se representa en la figura 3 como gradf$(x_1', x_2')$ y es perpendicular a **f** pero no a **w**. Por lo tanto, el vector tiene un componente con un valor distinto de cero a lo largo de **w**. Similarmente, para el punto $(x_1'', x_2'')$ el gradiente de **f** tiene un componente no igual a cero a lo largo de **w**. Un componente del gradiente distinto de cero del gradiente a lo largo de **w** nos dice que un movimiento pequeño a lo largo de **w** en la dirección del componente aumentará la función objetiva. Por lo tanto, para minimizar la función objetiva **f** debemos movernos a través de **w** en la dirección opuesta del componente del gradiente proyectado en **w**. En el punto óptimo, el gradiente de **f** es perpendicular (matemáticamente el gradiente de **f** es normal) a **w** y por lo tanto no puede haber ninguna mejora o aumento en **f** al moverse fuera de este punto. De esta forma podemos resolver la función para obtener este punto óptimo usando la propiedad de normalidad en el punto óptimo. Para garantizar que el gradiente de **f** sea normal a **w** se requiere simplemente que el gradiente de **f** y el gradiente de **w** sean vectores linealmente dependientes. Los vectores linealmente dependientes apuntan exactamente a la misma dirección o exactamente en la dirección opuesta de manera alineada, aunque sean diferentes en magnitud.

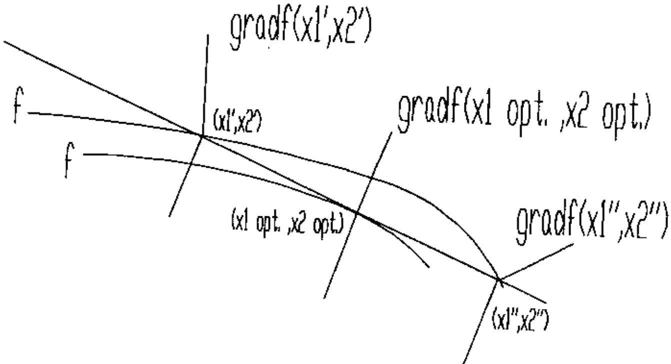


Figura 3. Representación de gradientes

Luego de esta explicación se puede formular la relación entre los gradientes de las funciones **f** y **w** (ecuación 4).

$$\nabla f + \lambda \nabla w = 0 \tag{4}$$

Esto es, se pueden sumar los dos gradientes de tal manera que se cancelen el uno al otro si uno se miden a escala. El "scaling variable", $\lambda$ , se le llama multiplicador de Lagrange y en vez de usar los gradientes según presenta la ecuación 4 se usan de la siguiente manera:

$$L(x_1,x_2,\lambda) = f(x_1,x_2) + \lambda\, w(x_1,x_2) \tag{5}$$

La ecuación 5 es la ecuación de Lagrange y consiste de tres variables: $x_1$, $x_2$ y $\lambda$. Cuando se resuelve por los valores óptimos para $x_1$ y $x_2$, automáticamente se calcula el valor correcto de lambda. Para alcanzar las condiciones que describe la ecuación 4 se requiere que las derivadas parciales de **L** con respecto a cada una de las variables desconocidas $x_1$, $x_2$ y lambda sean iguales a 0.

**Programación óptima de generación (Pérdidas de transmisión despreciables)**

Sea:

$F_n$ = Costo producción en la unidad n en dólares ($) por hora

$F_t$ = Costo producción total en el sistema en dólares ($) por hora

Entonces,

$$F_t = \sum_n F_n \tag{6}$$

Queremos distribuir la generación de modo que

$$F_t = MINIMO \tag{7}$$

Con la condición de que

$$\sum_n P_n = P_R \tag{8}$$

Donde, $P_n$ = Generación de la unidad n y $P_R$ = carga recibida.

Las condiciones 7 y 8 se satisfacen cuando

$$\frac{dF_n}{dP_n} = \lambda \tag{9}$$

donde,

$\frac{dF_n}{dP_n}$ = Costo de producción incremental de la unidad n en dólares por megavatios-hora

$\lambda$ = Costo incremental de la potencia entregada en dólares por megavatios-hora

El valor de $\lambda$ debe escogerse de modo que

$$\sum_n P_n = P_R \tag{10}$$

Las ecuaciones 7 a la 9 nos dicen que el costo de producción de una carga en dólares por hora es mínimo cuando se operan todas las unidades generatrices al mismo costo de producción incremental. En la ecuación 9, si $\lambda$ aumenta la generación total aumenta, y si $\lambda$ disminuye la generación total se reduce también[4].

Un resultado igual al de la ecuación 9 también se puede obtener por inspección. Presuma que todas las unidades no están operando al mismo costo incremental; entonces los costos incrementales de algunas unidades son mayores que los de otras unidades y podemos disminuir el costo de producción ($/hora) del sistema si aumentamos la generación de las unidades con costos incrementales menores y se disminuye la generación de las unidades con costos incrementales mayores.

A continuación se presenta un método para analizar un sistema de dos unidades de generación con costos de producción $F_1$ y $F_2$ y generación $P_1$ y $P_2$[5]. Los costos totales de producción para el sistema son:

$$F_t = F_1 + F_2 \tag{11}$$

$$P_1 + P_2 = P_R \quad ó \quad P_2 = P_R - P_1 \tag{12}$$

Queremos obtener los valores de $P_1$ y $P_2$ que resulten en un valor de $F_t$ mínimo para un valor de carga recibida ($P_R$) dado. El valor de $F_t$ es mínimo cuando la primera derivada de $F_t$ con respecto a $P_1$ es cero.

$$\frac{dF_t}{dP_1} = 0 \tag{13}$$

Esto es,

$$\frac{dF_t}{dP_1} = \frac{d(F_1 + F_2)}{dP_1} = \frac{dF_1}{dP_1} + \frac{dF_2}{dP_1} \tag{14}$$

---

4 Parés Atiles, Edison, 1979, "Use of Real vs Original Generation Characteristics in the Economic Dispatch Control", *Technical Congress for Conservation and Research of Energy Resources*, San Juan, P.R., November.

5 Wood, Allen J. and Wollemberg, Bruce F., 1984, *Power Generation, Operation and Maintenance*, John Wiley and Sons, New York.

De la ecuación 12 obtenemos que $dP_2 = -dP_1$ para carga fija, entonces

$$\frac{dP_1}{dP_2} = -1 \qquad (15)$$

Combinando las ecuaciones 14 y 15

$$\frac{dF_t}{dP_1} = \frac{dF_1}{dP_1} + \frac{dF_2}{dP_1}$$
$$\frac{dF_t}{dP_1} = \frac{dF_1}{dP_1} - \frac{dF_2}{dP_2} \qquad (16)$$

De la ecuación 13 tenemos que

$$\frac{dF_t}{dP_1} = \frac{dF_1}{dP_1} - \frac{dF_2}{dP_2} = 0$$
$$\frac{dF_1}{dP_1} = \frac{dF_2}{dP_2} \qquad (17)$$

o sea, que los costos incrementales de las fuentes 1 y 2 son iguales.

Otra forma de analizar este problema es estudiando el efecto de cambios arbitrarios de generación ($\Delta P_1$ y $\Delta P_2$) entre las dos fuentes[6]. Si se presume carga constante, entonces

$$\Delta P_1 + \Delta P_2 = \Delta P_R = 0 \qquad (18)$$

Si $\Delta P_1 > 0$ la generación de la fuente 1 aumenta y $\Delta P_2 = -\Delta P_1$. El costo de producción de la fuente 1 aumenta por una cantidad $\Delta F_1$ y por lo tanto el costo de producción de la fuente 2 disminuye por una cantidad $\Delta F_2$. El cambio en el costo de producción total entonces será:

$$\Delta F_t = \Delta F_1 + \Delta F_2 \qquad (19)$$

Se pueden hacer tres observaciones concernientes a $F_t$:

1. Si $\Delta F_t < 0$, el costo de producción del sistema disminuye si se aumenta la generación en la fuente 1; entonces la distribución inicial de la generación no fue la óptima.

---

[6] Wood, Allen J. and Wollemberg, Bruce F., 1984, *Power Generation, Operation and Maintenance*, John Wiley and Sons, New York.

**2.** Si $\Delta F_t > 0$, el costo de producción del sistema incrementa cuando se aumenta la generación de la fuente 1. En este caso no queremos aumentar la generación de la fuente 1 ya que nos interesa bajar el costo de producción esta unidad.

**3.** Si $\Delta F_t = 0$, no se obtiene ninguna mejora al incrementar la generación de la fuente 1, no importa cuán pequeño sea el incremento. Teóricamente, cualquier desviación de la carga óptima resulta en un aumento en el costo de producción en dólares por hora. Sin embargo, para usos prácticos, el costo total varía muy poco con cambios del punto de costo mínimo y el criterio 3 se podría usar con precisión dentro del tamaño del incremento $\Delta P_1$. Este criterio es valido a medida que $\Delta P_1$ se aproxima a cero.

Del criterio 3

$$\Delta F_1 + \Delta F_2 = 0$$
$$\Delta F_1 = -\Delta F_2 \tag{20}$$

Dividiendo por $\Delta P_1$,

$$\frac{\Delta F_1}{\Delta P_1} = -\frac{\Delta F_2}{\Delta P_1} \tag{21}$$

De la ecuación 18

$$\Delta P_1 + \Delta P_2 = 0 \tag{22}$$

y

$$\frac{\Delta F_1}{\Delta P_1} = \frac{\Delta F_2}{\Delta P_2} \tag{23}$$

entonces, para una economía óptima

$$\frac{dF_1}{dP_1} = \frac{dF_2}{dP_2} \tag{24}$$

**Derivación matemática de la distribución del margen de reserva en regulación**

El método de Lagrange de multiplicadores indeterminados provee la base matemática para desarrollar un algoritmo de la distribución del margen de regulación. El problema consiste en optimar una función de n variables independientes sujeta a una o más restricciones. En este caso, el costo operacional total $F(P_1,P_2,...,P_n)$ es la función que debe ser minimizarse mientras satisface la demanda total $P_D$ y el margen de regulación total requerido $M_{req.}$

En resumen,

$$F\ (P_1,P_2,...,P_n)$$

es la función a minimizarse, mientras que las condiciones de restricción son

$$\psi(p_1,P_2,...,P_n)=M(P_1,P_2,...,P_n)-M_{req}=0 \tag{26}$$

$$\phi(P_1,P_2,...P_n)=P_i-P_L(P_1,P_2,...P_n)-P_D=0 \tag{27}$$

La primera restricción (ecuación 26) establece que el margen de regulación existente debe ser igual al margen requerido. La segunda restricción (ecuación 27) señala que la generación total debe ser igual a la carga total más las pérdidas de transmisión.

La siguiente ecuación (28) se deriva introduciendo dos multiplicadores de Lagrange ($\lambda$ y $\mu$) que están asociados con cada una de las restricciones.

$$(\partial F/\partial P_i)-\mu(\partial\psi/\partial P_i)-\lambda(\partial\phi/\partial P_i)=0 \tag{28}$$

esto es,

$$\frac{dF_1}{dP_1}-\mu\ \frac{dM_i}{dP_i}-\lambda(1-(\partial P_L/\partial P_i))=0 \tag{29}$$

La ecuación 29, excepto por su segundo término, es la ecuación estándar de despacho.

## Margen de regulación

El margen de regulación es aquella parte de la reserva en rotación que está disponible y que se puede suplir en un período de tiempo dado que se conoce como el margen de tiempo. Por ejemplo, suponga que una máquina tiene una capacidad de regulación de 10 MW por minuto y el período de tiempo especificado es de cinco minutos. De acuerdo a estas condiciones, este generador tiene un margen de regulación de 50 MW, a menos que esté restringido por su límite de operación. Los límites de operación de cada unidad generatriz sugieren la necesidad de una colocación juiciosa de este margen. Una máquina que esté operando en su capacidad máxima no tendrá un margen para tomar carga adicional. La reserva en rotación, por otra parte, es la capacidad restante de la generación de una unidad y se considera independiente del tiempo.

La distinción entre el margen de regulación y la reserva en rotación se ilustra en la figura 4, la cual presenta las características de un generador. La carga mínima se fijó en 40% de la capacidad del generador. Se presume que la regulación de la unidad tendrá un máximo de 3% por minuto, con un margen de regulación requerido en 5 minutos. El margen de regulación máximo es entonces 15% de su capacidad máxima.

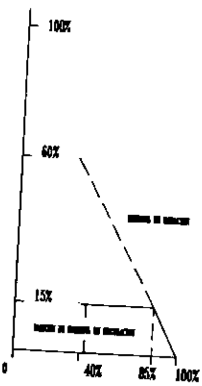


Figura 4. Margen de reserva en regulación y reserva en rotación

**Despacho convencional**

El despacho económico es el problema que se resuelve para determinar el mejor (más bajo costo de operación) itinerario de generación de un sistema de potencia sujeto a limitaciones en operación y demandas de cargas por el consumidor.

Para propósitos de esta discusión la solución del despacho económico se puede resumir por la siguiente ecuación:

$$\lambda = \frac{dF_i/dP_i}{1-(\partial P_L/\partial P_i)} \qquad i=1,2,...n \tag{30}$$

Esta ecuación provee la política operacional para cada generador del sistema de potencia. Los itinerarios de generación deseados se obtienen escogiendo un valor para el multiplicador de Lagrange( $\lambda$ ) y resolviendo para $P_i$. Lambda se ajusta de modo que se satisfagan los requisitos de la generación total.

Aunque el desarrollo en esta discusión se basa en la técnica clásica del multiplicador de Lagrange, la reserva del margen de regulación se adapta fácilmente a la mayoría de los procedimientos sofisticados de optimización.

**Distribución del margen de regulación**

El problema de la distribución del margen de regulación entre los generadores se formula de la misma manera que el despacho económico convencional: por medio de los multiplicadores de Lagrange. La siguiente ecuación introduce la reserva del margen de regulación.

$$\frac{dF_i}{dP_i} - \mu\frac{dM_i}{dP_i} - \lambda\left(1-\frac{\partial P_L}{\partial P_i}\right) \tag{31}$$

$$0 \le \mu \quad y \quad 0 \le \lambda$$

La solución se logra a través de un método iterativo donde el valor de $\lambda$ se va ajustando de tal manera que se produzca la generación total requerida para satisfacer la carga del sistema más las pérdidas. El valor de $\mu$ se ajusta para producir el margen en regulación total requerido.

Es importante señalar que puede habér suficiente margen en regulación en un despacho económico convencional (donde $\mu = 0$) y que para un sistema con un nivel de carga hay un máximo de margen de regulación disponible. El aumentar $\mu$ sobre cierto valor no resulta en una cantidad de margen en regulación adicional. Se puede obtener cierta cantidad adicional de margen en regulación añadiendo otro generador al sistema, importando potencia o ambas.

**Incremento en costo de generación**

La solución del problema de distribución del margen de la reserva en regulación se vuelve evidente cuando el término correspondiente al margen se combina con la función del costo incremental, como se ilustra en la figura 5. El costo incremental convencional se modifica al introducir una penalidad en costo al introducir el margen de regulación.

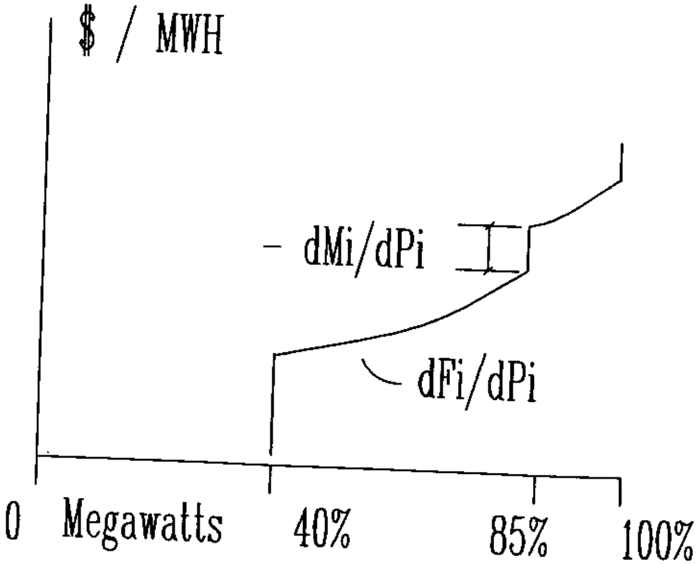


Figura 5. Costo de producción incremental

**Conclusión**

Nuestro estudio presenta una técnica para distribuir el margen de regulación total requerido. Esta técnica se puede adaptar a programas de despacho económico convencional desplazando las curvas de costo incremental para proveer el margen de regulación que se requiera.

El ejemplo que se presentó en el estudio ilustra la técnica y ofrece una indicación del costo adicional que se incurre al hacer una desviación al método convencional de despacho económico. En nuestro caso hipotético los costos de producción incrementaron 3% al tener un margen de reserva en regulación. Para investigar el impacto económico del margen de reserva en un sistema real se requiere un estudio con varias combinaciones de generación para ese sistema. La diferencia en los costos de producción de un sistema depende de la eficiencia de las unidades que se despachan.

Desde un punto de vista práctico, el margen de regulación es una herramienta efectiva y valiosa para garantizar un servicio continuo.

**Aplicación del margen de reserva en regulación a un modelo matemático**

Nuestro modelo consiste de ocho generadores termales con una capacidad total de 1185 megavatios[7]. Para conveniencia no se consideran las pérdidas de transmisión.

Al sistema de potencia se le requiere el 3% de su capacidad por minuto en un tiempo de 5 minutos como su margen de regulación. Esto es equivalente a que el sistema tendrá disponible un máximo de 15% de su capacidad en un período de 5 minutos. Los resultados se dan dentro del intervalo completo de cargas del sistema bajo dos condiciones:

(1) Despacho económico convencional
(2) Colocación económica del margen de regulación

La tabla I presenta la información que se usó para modelar nuestro sistema de potencia. Los valores de $\lambda_{máximo}$ y $\lambda_{mínimo}$ de cada generador del sistema se presentan en la tabla II.

El valor de $\lambda$ se incrementó desde 2.3\$/MWH a carga mínima a un valor de 4.5 \$/MWH a carga máxima. Se usaron pequeños incrementos de .1 para poder observar el comportamiento del sistema modelo entre su carga mínima y carga máxima. Estos resultados aparecen en la tabla III.

La tabla IV presenta los resultados de la distribución óptima del margen de regulación. Las figuras 6 y 7 muestran el margen de regulación del sistema y el costo de producción total para los dos despachos: uno con reserva en regulación y el otro un despacho económico convencional.Apéndice

[7] Stadlin, Walter O., 1971, "Economic Allocation of Regulating Margin", *IEEE Winter Power Meeting*, New York, NY, January 31 - February 5.

Tabla 1. Características de los generadores

| GEN | PMAX (MW) | PMIN (MW) | Mr(MW) | K1 | K3 | FC | LR |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 30 | 8 | 4.5 | 9.45 | 0.00128 | .3 | 3 |
| 2 | 50 | 13 | 7.5 | 10.05 | 0.00062 | .3 | 3 |
| 3 | 50 | 13 | 7.5 | 9.3 | 0.00052 | .3 | 3 |
| 4 | 75 | 19 | 11.25 | 9.75 | 0.00028 | .3 | 3 |
| 5 | 120 | 30 | 18.0 | 8.25 | 7.5E-5 | .3 | 3 |
| 6 | 140 | 35 | 21.0 | 7.45 | 7.3E-5 | .3 | 3 |
| 7 | 300 | 75 | 45.0 | 7.68 | 1.5E-5 | .3 | 3 |
| 8 | 420 | 105 | 63.0 | 7.44 | 2.0E-6 | .3 | 3 |
| Total | 1185 | 298 | 177.75 | | | | |

Tabla 2. Lambdas máximos y mínimos para cada generador

| Generador | Lambda Max ($/MW-H) | Lambda Min ($/MW-H) |
|---|---|---|
| 1 | 3.8718 | 2.90873 |
| 2 | 4.41 | 3.1093 |
| 3 | 3.96 | 2.86909 |
| 4 | 4.34576 | 3.0163 |
| 5 | 3.45089 | 2.53599 |
| 6 | 3.52448 | 2.31599 |
| 7 | 3.5109 | 2.37943 |
| 8 | 2.54952 | 2.25185 |

Tabla 3. Comportamiento del sistema al aumentar lambda

| P (MW) | Mr (MW) | LAMBDA $/MW-H | TOTAL F/P $/MW-H | P1 MW | P2 MW | P3 MW | P4 MW | P5 MW | P6 MW | P7 MW | P8 MW |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 387 | 178 | 2.3 | 2.38 | 8 | 13 | 13 | 19 | 30 | 35 | 75 | 194 |
| 522 | 178 | 2.4 | 2.37 | 8 | 13 | 13 | 19 | 30 | 50 | 84 | 305 |
| 651 | 150 | 2.5 | 2.39 | 8 | 13 | 13 | 19 | 30 | 63 | 120 | 385 |
| 737 | 115 | 2.6 | 2.41 | 8 | 13 | 13 | 19 | 42 | 74 | 148 | 420 |
| 785 | 115 | 2.7 | 2.42 | 8 | 13 | 13 | 19 | 47 | 84 | 171 | 420 |
| 826 | 115 | 2.8 | 2.44 | 8 | 13 | 13 | 19 | 69 | 92 | 192 | 420 |
| 864 | 115 | 2.9 | 2.45 | 8 | 13 | 15 | 19 | 79 | 100 | 210 | 420 |
| 906 | 115 | 3.0 | 2.48 | 11 | 13 | 21 | 19 | 88 | 107 | 227 | 420 |
| 952 | 115 | 3.1 | 2.50 | 15 | 13 | 25 | 26 | 96 | 114 | 243 | 420 |
| 998 | 109 | 3.2 | 2.53 | 17 | 18 | 29 | 32 | 103 | 121 | 258 | 420 |
| 1042 | 82 | 3.3 | 2.56 | 20 | 22 | 33 | 38 | 110 | 127 | 272 | 420 |
| 1081 | 57 | 3.4 | 2.59 | 22 | 26 | 36 | 43 | 116 | 133 | 285 | 420 |
| 1114 | 35 | 3.5 | 2.62 | 24 | 29 | 38 | 47 | 120 | 138 | 298 | 420 |
| 1129 | 31 | 3.6 | 2.63 | 25 | 32 | 41 | 51 | 120 | 140 | 300 | 420 |
| 1141 | 28 | 3.7 | 2.64 | 27 | 35 | 44 | 55 | 120 | 140 | 300 | 420 |
| 1149 | 25 | 3.8 | 2.65 | 28 | 37 | 46 | 58 | 120 | 140 | 300 | 420 |
| 1159 | 21 | 3.9 | 2.66 | 30 | 39 | 48 | 62 | 120 | 140 | 300 | 420 |
| 1167 | 18 | 4.0 | 2.67 | 30 | 42 | 50 | 65 | 120 | 140 | 300 | 420 |
| 1172 | 13 | 4.1 | 2.67 | 30 | 44 | 50 | 68 | 120 | 140 | 300 | 420 |
| 1177 | 8 | 4.2 | 2.68 | 30 | 46 | 50 | 71 | 120 | 140 | 300 | 420 |
| 1180 | 5 | 4.3 | 2.68 | 30 | 47 | 50 | 73 | 120 | 140 | 300 | 420 |
| 1184 | 1 | 4.4 | 2.69 | 30 | 49 | 50 | 75 | 120 | 140 | 300 | 420 |
| 1185 | 0 | 4.5 | 2.69 | 30 | 50 | 50 | 75 | 120 | 140 | 300 | 420 |

Tabla 4. Resultados distribución óptima del margen regulación

| P MW | Mr MW | μ | L $/MW-H | L-μ | TOTL F/P | P1 | P2 | P3 | P4 | P5 MW | P6 | P7 | P8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 387 | 178 | 0 | 2.3 | 2.3 | 2.38 | 8 | 13 | 13 | 19 | 30 | 35 | 75 | 194 |
| 522 | 178 | 0 | 2.4 | 2.4 | 2.37 | 8 | 13 | 13 | 19 | 30 | 50 | 84 | 305 |
| 623 | 178 | 0.1 | 2.5 | 2.4 | 2.38 | 8 | 13 | 13 | 19 | 30 | 63 | 120 | 357 |
| 674 | 178 | 0.2 | 2.6 | 2.4 | 2.40 | 8 | 13 | 13 | 19 | 42 | 74 | 148 | 357 |
| 722 | 178 | 0.3 | 2.7 | 2.4 | 2.41 | 8 | 13 | 13 | 19 | 67 | 84 | 171 | 357 |
| 763 | 178 | 0.4 | 2.8 | 2.4 | 2.43 | 8 | 13 | 13 | 19 | 69 | 92 | 192 | 357 |
| 801 | 178 | 0.5 | 2.9 | 2.4 | 2.45 | 8 | 13 | 15 | 19 | 79 | 100 | 210 | 357 |
| 843 | 178 | 0.6 | 3.0 | 2.4 | 2.47 | 11 | 13 | 21 | 19 | 88 | 107 | 227 | 357 |
| 889 | 178 | 0.7 | 3.1 | 2.4 | 2.50 | 15 | 13 | 25 | 26 | 96 | 114 | 243 | 357 |
| 929 | 178 | 0.8 | 3.2 | 2.4 | 2.53 | 17 | 18 | 29 | 32 | 102 | 119 | 255 | 357 |
| 946 | 178 | 0.9 | 3.3 | 2.4 | 2.54 | 20 | 22 | 33 | 38 | 102 | 119 | 255 | 357 |
| 960 | 178 | 1.0 | 3.4 | 2.4 | 2.56 | 22 | 26 | 36 | 43 | 102 | 119 | 255 | 357 |
| 971 | 178 | 1.1 | 3.5 | 2.4 | 2.57 | 24 | 29 | 38 | 47 | 102 | 119 | 255 | 357 |
| 983 | 178 | 1.2 | 3.6 | 2.4 | 2.58 | 26 | 32 | 41 | 51 | 102 | 119 | 255 | 357 |
| 991 | 178 | 1.3 | 3.7 | 2.4 | 2.59 | 26 | 35 | 43 | 55 | 102 | 119 | 255 | 357 |
| 996 | 178 | 1.4 | 3.8 | 2.4 | 2.59 | 26 | 37 | 43 | 58 | 102 | 119 | 255 | 357 |
| 1002 | 178 | 1.5 | 3.9 | 2.4 | 2.60 | 26 | 39 | 43 | 62 | 102 | 119 | 255 | 357 |
| 1007 | 178 | 1.6 | 4.0 | 2.4 | 2.61 | 26 | 42 | 43 | 64 | 102 | 119 | 255 | 357 |
| 1035 | 150 | 1.5 | 4.0 | 2.5 | 2.60 | 26 | 42 | 43 | 64 | 102 | 119 | 255 | 385 |
| 1070 | 115 | 1.4 | 4.0 | 2.6 | 2.60 | 26 | 42 | 43 | 64 | 102 | 119 | 255 | 420 |
| 1070 | 115 | 1.3 | 4.0 | 2.7 | 2.60 | 26 | 42 | 43 | 64 | 102 | 119 | 255 | 420 |
| 1070 | 115 | 1.2 | 4.0 | 2.8 | 2.60 | 26 | 42 | 43 | 64 | 102 | 119 | 255 | 420 |
| 1070 | 115 | 1.1 | 4.0 | 2.9 | 2.60 | 26 | 42 | 43 | 64 | 102 | 119 | 255 | 420 |
| 1070 | 115 | 1.0 | 4.0 | 3.0 | 2.60 | 26 | 42 | 43 | 64 | 102 | 119 | 255 | 420 |
| 1070 | 115 | 0.9 | 4.0 | 3.1 | 2.60 | 26 | 42 | 43 | 64 | 102 | 119 | 255 | 420 |
| 1076 | 109 | 0.8 | 4.0 | 3.2 | 2.60 | 26 | 42 | 43 | 64 | 102 | 121 | 258 | 420 |
| 1103 | 82 | 0.7 | 4.0 | 3.3 | 2.62 | 26 | 42 | 43 | 64 | 103 | 127 | 272 | 420 |
| 1128 | 57 | 0.6 | 4.0 | 3.4 | 2.63 | 26 | 42 | 43 | 64 | 110 | 133 | 285 | 420 |
| 1150 | 35 | 0.5 | 4.0 | 3.5 | 2.65 | 26 | 42 | 43 | 64 | 116 | 138 | 298 | 420 |
| 1154 | 31 | 0.4 | 4.0 | 3.6 | 2.65 | 26 | 42 | 43 | 64 | 120 | 140 | 300 | 420 |
| 1157 | 28 | 0.3 | 4.0 | 3.7 | 2.66 | 27 | 42 | 44 | 64 | 120 | 140 | 300 | 420 |
| 1160 | 25 | 0.2 | 4.0 | 3.8 | 2.66 | 28 | 42 | 46 | 64 | 120 | 140 | 300 | 420 |
| 1164 | 21 | 0.1 | 4.0 | 3.9 | 2.66 | 30 | 42 | 48 | 64 | 120 | 140 | 300 | 420 |
| 1167 | 18 | 0 | 4.0 | 4.0 | 2.67 | 30 | 42 | 50 | 65 | 120 | 140 | 300 | 420 |
| 1172 | 13 | 0 | 4.1 | 4.1 | 2.67 | 30 | 44 | 50 | 68 | 120 | 140 | 300 | 420 |
| 1177 | 8 | 0 | 4.2 | 4.2 | 2.68 | 30 | 46 | 50 | 71 | 120 | 140 | 300 | 420 |
| 1180 | 5 | 0 | 4.3 | 4.3 | 2.68 | 30 | 47 | 50 | 73 | 120 | 140 | 300 | 420 |
| 1184 | 1 | 0 | 4.4 | 4.4 | 2.69 | 30 | 49 | 50 | 75 | 120 | 140 | 300 | 420 |
| 1185 | 0 | 0 | 4.5 | 4.5 | 2.69 | 30 | 50 | 50 | 75 | 120 | 140 | 300 | 420 |

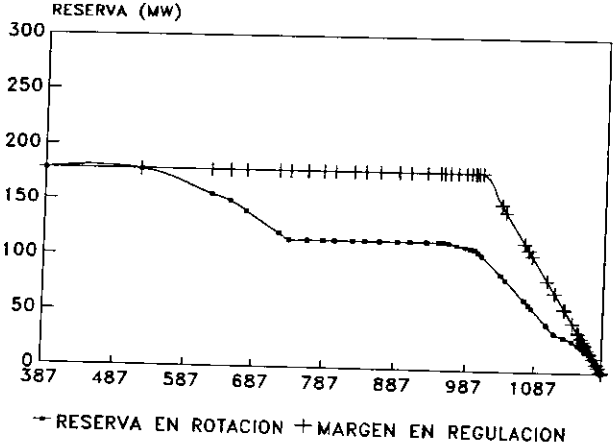


Figura 6. Margen de regulación del sistema

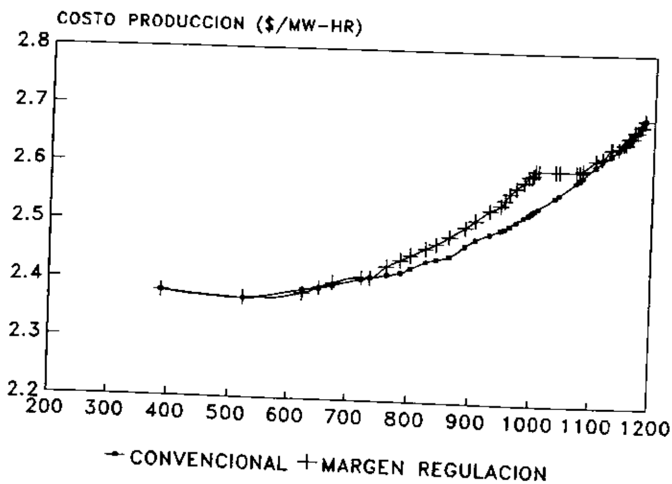


Figura 7. Costo medio de producción